ORDINE DEGLI INGEGNERI
Corso di aggiornamento sulla normativa sismica
Gennaio 2007 – marzo 2007

STATO LIMITE ULTIMO PER TENSIONI NORMALI

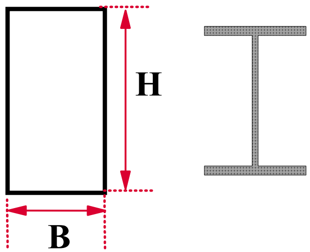
Prof. Ciro FAELLA

Dipartimento di Ingegneria Civile

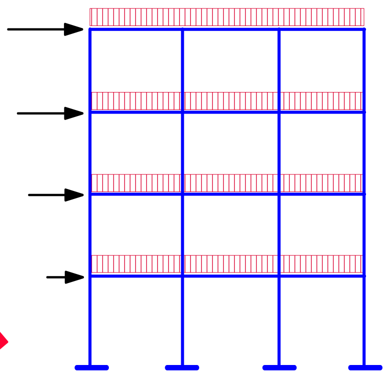
Università di Salerno

Analisi strutturale

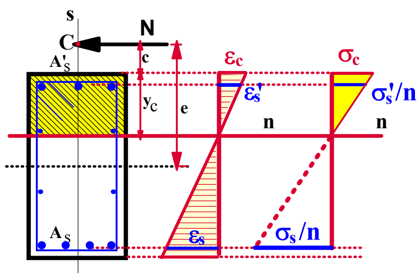
Idealizzazione struttura e dimensionamento elementi strutturali



Calcolo delle sollecitazioni



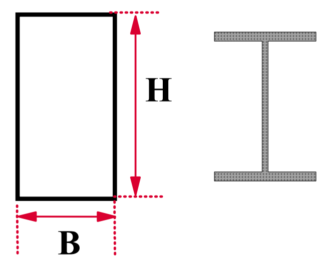
Verifica



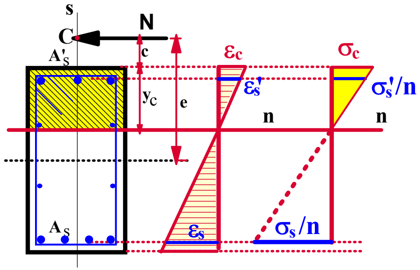
L'analisi è governata dal comporta-mento dei materiali

Analisi a livello di sezione

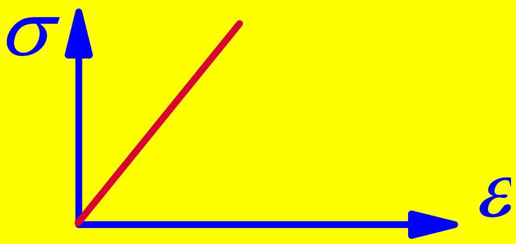
Dimensionamento elementi strutturali



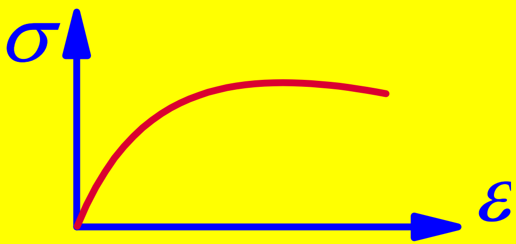
Verifica



A. **Ipotesi di elasticità lineare dei materiali**



B. **Ipotesi di non linearità meccanica dei materiali**



Ipotesi di base nel metodo delle tensioni ammissibili

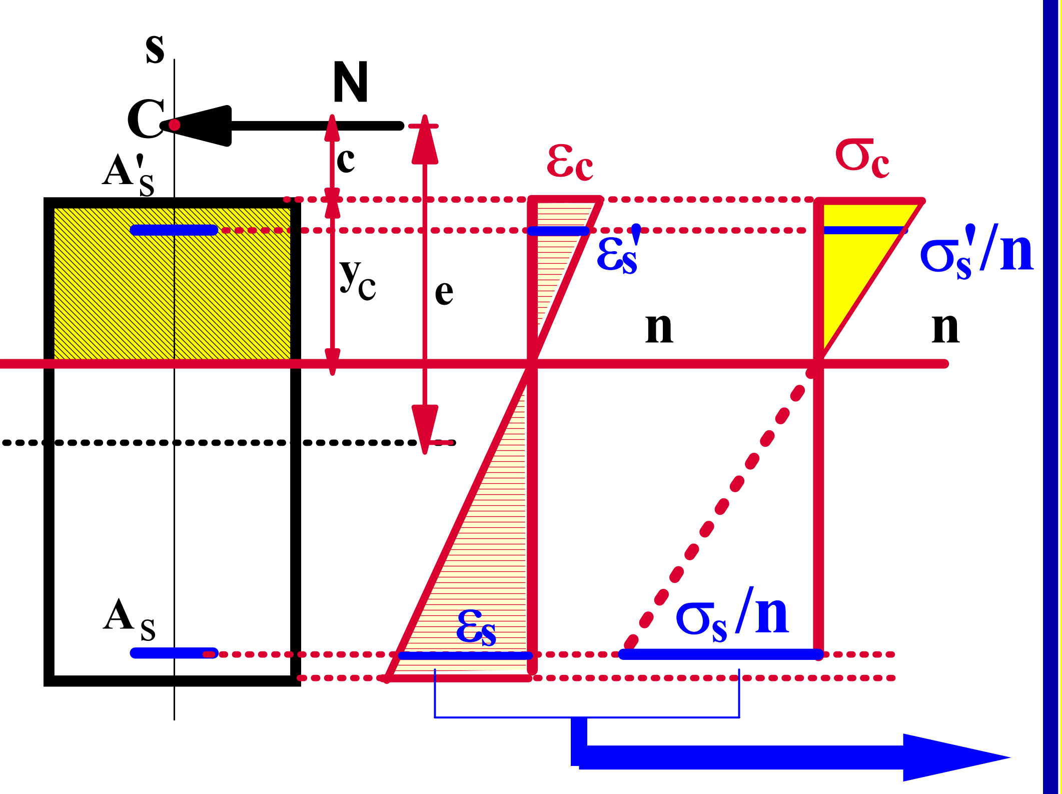
- **Conservazione delle sezioni piane**
- **Omogeneità ed isotropia del calcestruzzo in zona compressa e dell'armatura**
- **Aderenza tra acciaio e calcestruzzo**
- **Trascurabilità della resistenza a trazione del calcestruzzo**

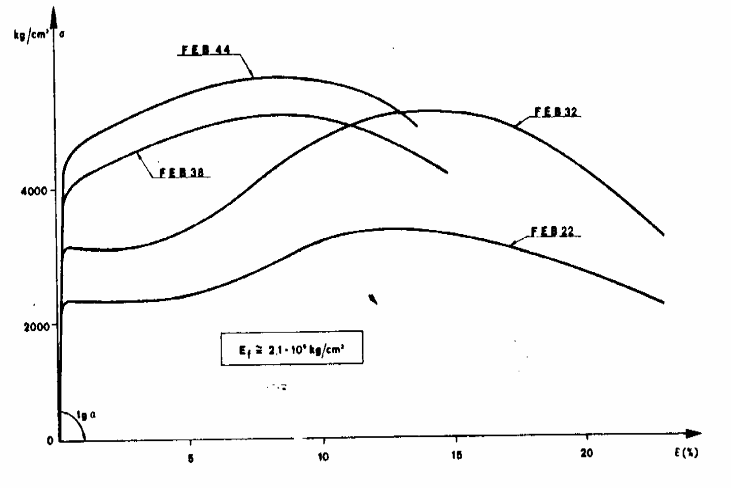
Metodo delle tensioni ammissibili

Legami costitutivi dei materiali

Le tensioni e le deformazioni nei materiali vengono limitate a valori bassi

si assume valida l'ipotes di elasticità lineare de materiali



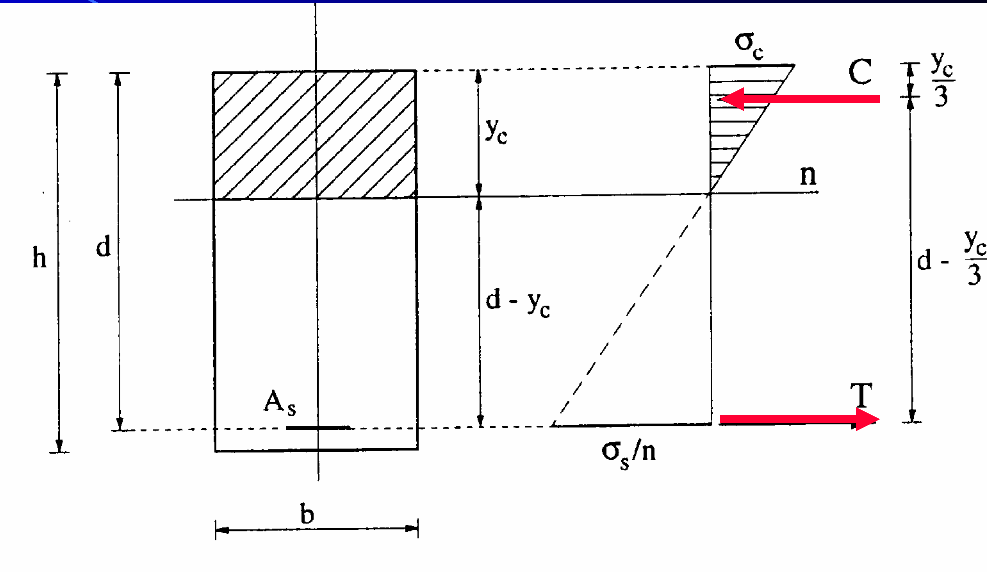


ε_s	σ_s	
0.0010	2200	FeB38k
0.0012	2600	FeB44k

Metodo delle tensioni ammissibili

calcolo dello stato tensionale nell'ipotesi di elasticità lineare

Esempio della sezione a semplice armatura inflessa



Equilibrio alla traslazione nella direzione dell'asse dell'elemento:

$$S_n = 0 \quad \Rightarrow \quad y_c = \frac{n\,A_s}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b\,d}{n\,A_s}} \right]$$

Equilibrio alla rotazione:

$$M_{rc} = \frac{\bar{\sigma}_c\, b\, y_c}{2} \left(d - \frac{y_c}{3} \right) \qquad M_{rs} = \bar{\sigma}_s\, A_s \left(d - \frac{y_c}{3} \right)$$

Legami costitutivi dei materiali

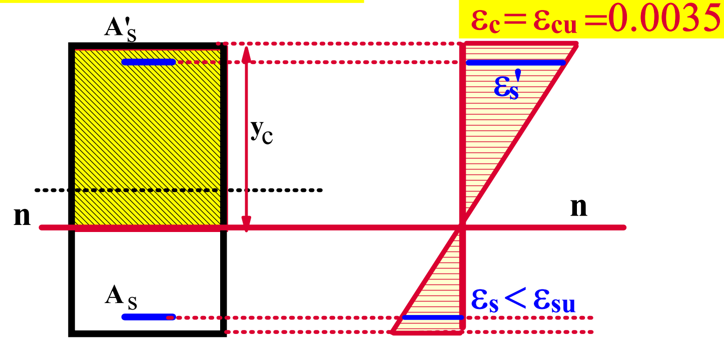
Stati limite ultimi per tensioni normali

Cosa si intende per Stato Limite Ultimo di una sezione?

Lo stato limite ultimo di una sezione è individuato dal raggiungimento della massima deformazione del calcestruzzo compresso o dell'acciaio teso.

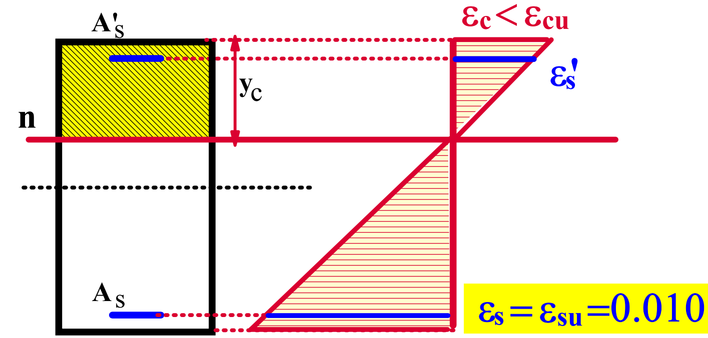
- Deformazione ultima del **calcestruzzo:**

  $$\varepsilon_{cu} = 0.0035$$



- Deformazione ultima dell'**acciaio:**

  $$\varepsilon_{su} = 0.0100$$



Ipotesi di base negli stati limite ultimi

- **Conservazione delle sezioni piane**
- **Omogeneità ed isotropia del calcestruzzo in zona compressa e dell'armatura**
- **Aderenza tra acciaio e calcestruzzo**
- **Trascurabilità della resistenza a trazione del calcestruzzo**
- **Deformazione massima del calcestruzzo pari –0.0035 nel caso di flessione semplice e composta con asse neutro interno alla sezione, e variabile da detto valore fino a –0.002 per asse neutro esterno alla sezione**
- **Deformazione massima dell'armatura tesa pari a +0.010**

Legami costitutivi dei materiali

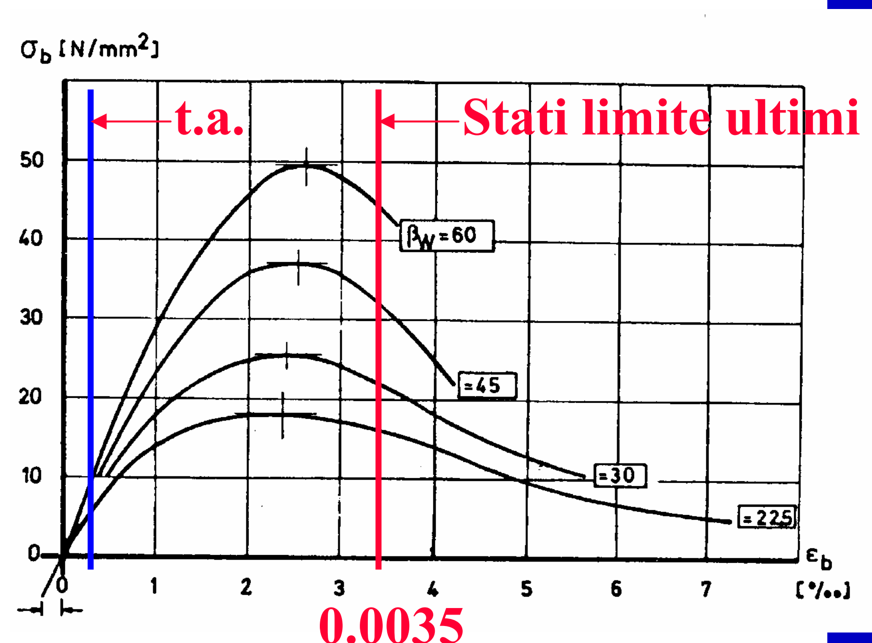
Stati limite ultimi per tensioni normali

Si considera lo stato tensionale corrispondente alle deformazioni ultime dei materiali

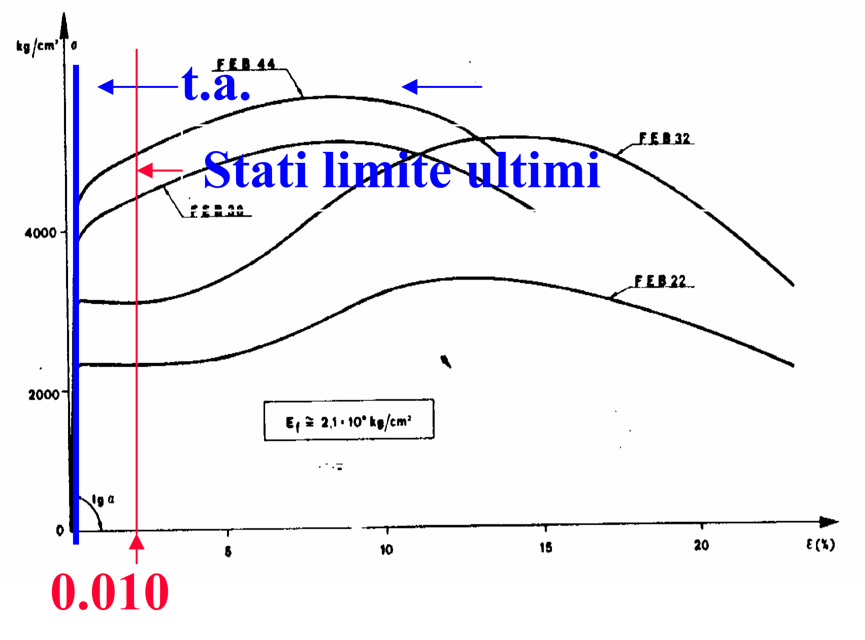
Occorre definire u legame costitutivo de materiali accurato fino all condizione ultima

200

CALCESTRUZZO

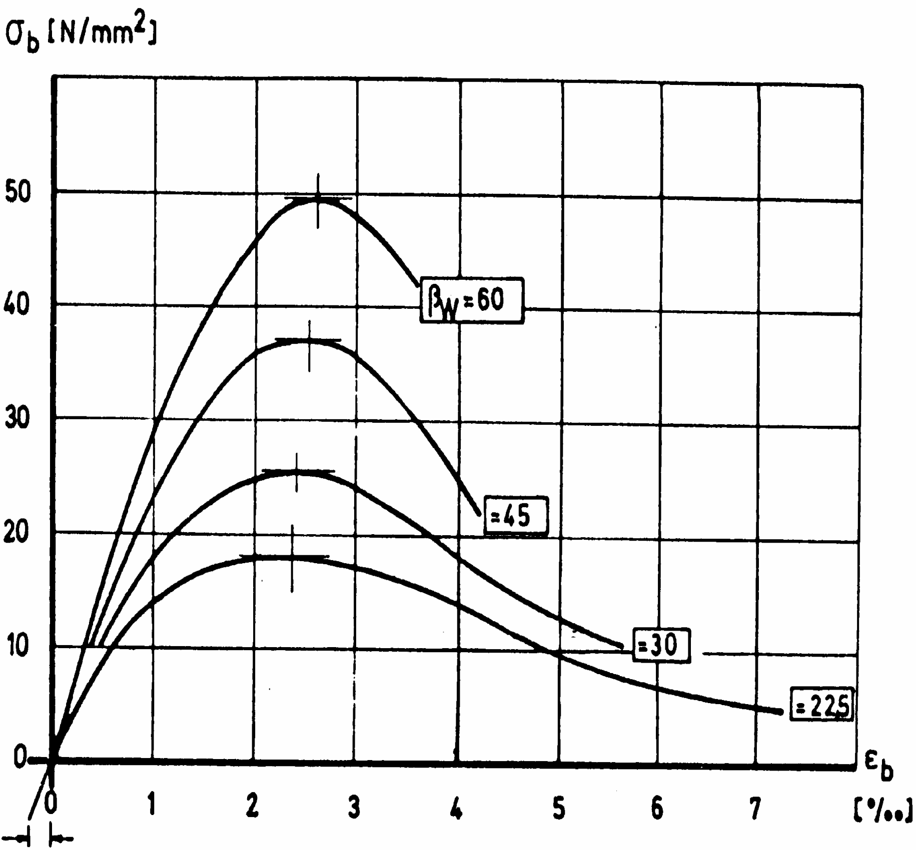


ACCIAIO



Legami costitutivi dei materiali:

il calcestruzzo

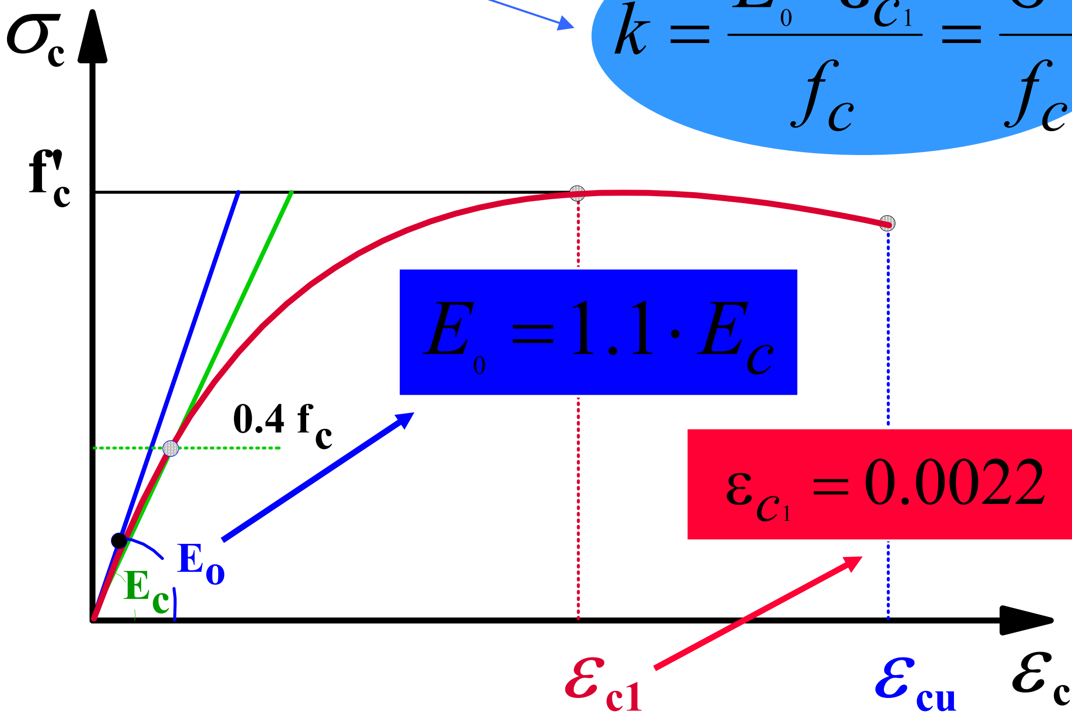


- Il legame σ-ε è non lineare fin da valori modesti della deformazione
- La deformazione corrispondente alla tensione massima è pressoché costante al variare della resistenza del cls
- Dopo il valore massimo della resistenza il legame σ-ε procede con un tratto decrescente la cui pendenza aumenta all'aumentare della resistenza
- Il valore della deformazione massima aumenta al diminuire della resistenza

Legami costitutivi dei materiali: il calcestruzzo: legge di **Saenz**

$$\sigma = \frac{k\,\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^2}{1 + (k-2)\cdot\bar{\varepsilon}} \cdot f_c \qquad \bar{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_{c_1}$$

$$k = \frac{E_0 \cdot \varepsilon_{c_1}}{f_c} = \frac{\sigma^*}{f_c}$$



- (introdotta per la prima volta a livello di codici dal CEB nel Model Code del 1976
- EUROCODICE 2 "progettazione delle strutture in c.a.)

Diagramma per l'analisi strutturale: analisi non lineare o analisi plastica

$$\varepsilon_{cu} = 0.0037 - 0.0008 \cdot (f_c - 150)/400 \qquad (= 0.0029 \div 0.0037)$$

Legame costitutivo del calcestruzzo per il progetto e verifica della sezione trasversale

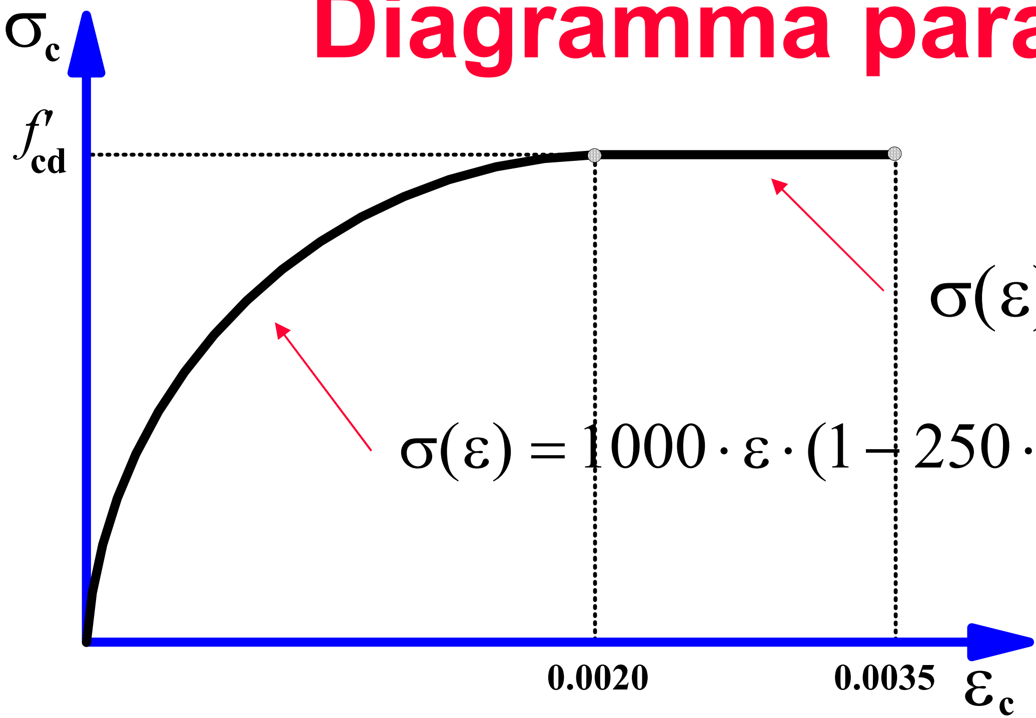
Norme contenute nello stesso Decreto 9/1/1996

EUROCODICE 2 con modifiche ed integrazioni

A) Diagramma parabola-rettangolo

B) Stress block

Diagramma parabola-rettangolo



$$\sigma(\varepsilon) = f'_{cd} \quad 0.002 \le \varepsilon \le 0.0035$$

$$\sigma(\varepsilon) = 1000 \cdot \varepsilon \cdot (1 - 250 \cdot \varepsilon) \cdot f'_{cd} \quad \varepsilon < 0.002$$

Stress Block

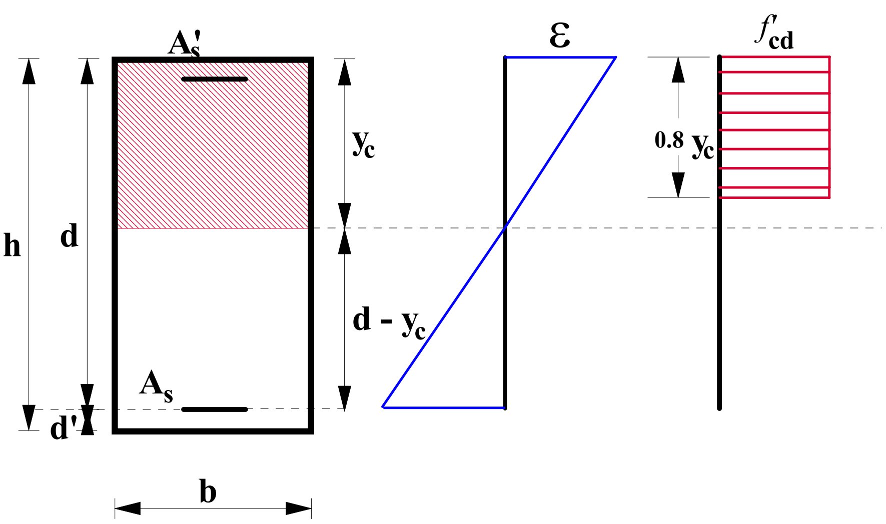
Si considera allo s.l.u. un diagramma tensionale costante con tensione pari a f'_{cd} esteso alla parte di sezione compresa tra il bordo più compresso e y'_c :

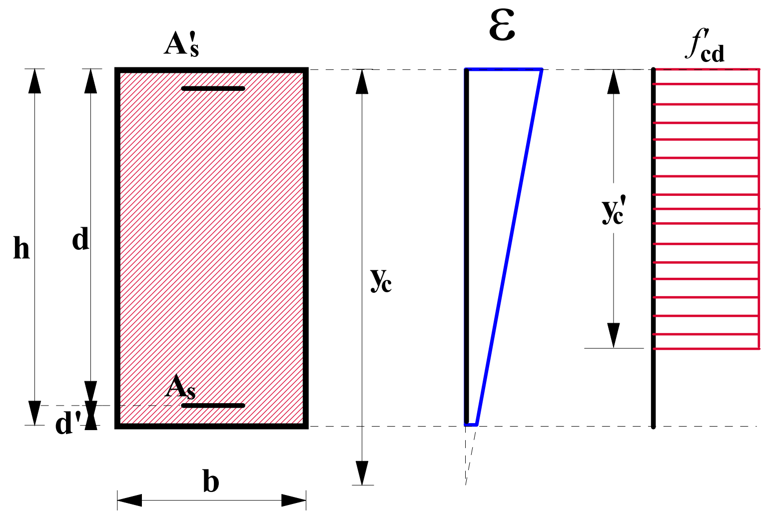
Asse neutro interno alla sezione

$$y'_c = 0.8 \cdot y_c$$

Asse neutro esterno alla sezione

$$y'_c = \frac{y_c - 0.80 \cdot h}{y_c - 0.75 \cdot h} \cdot h$$

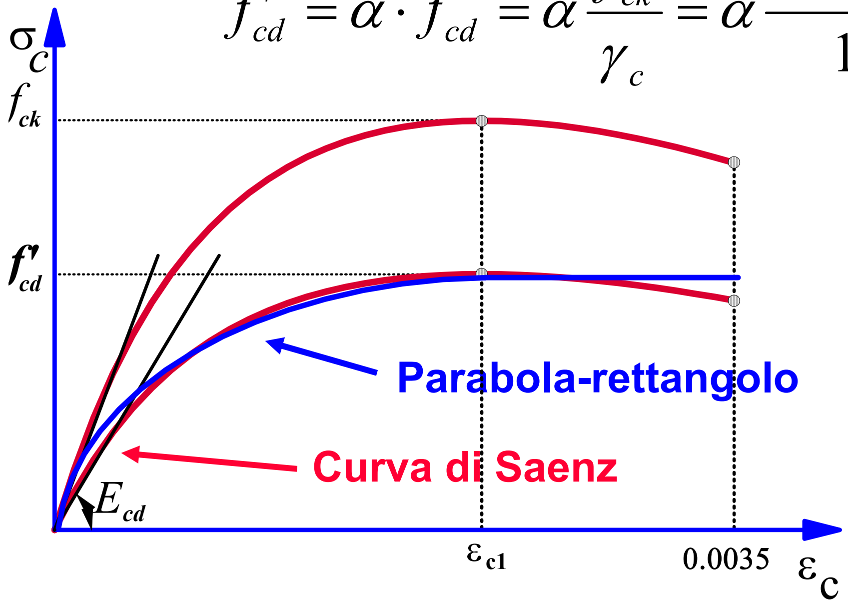




Differenti modelli per il calcestruzzo

$$f'_{cd} = \alpha \cdot f_{cd} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \alpha \frac{0.83 \cdot R_{ck}}{1.5} \qquad \alpha = 0.85$$

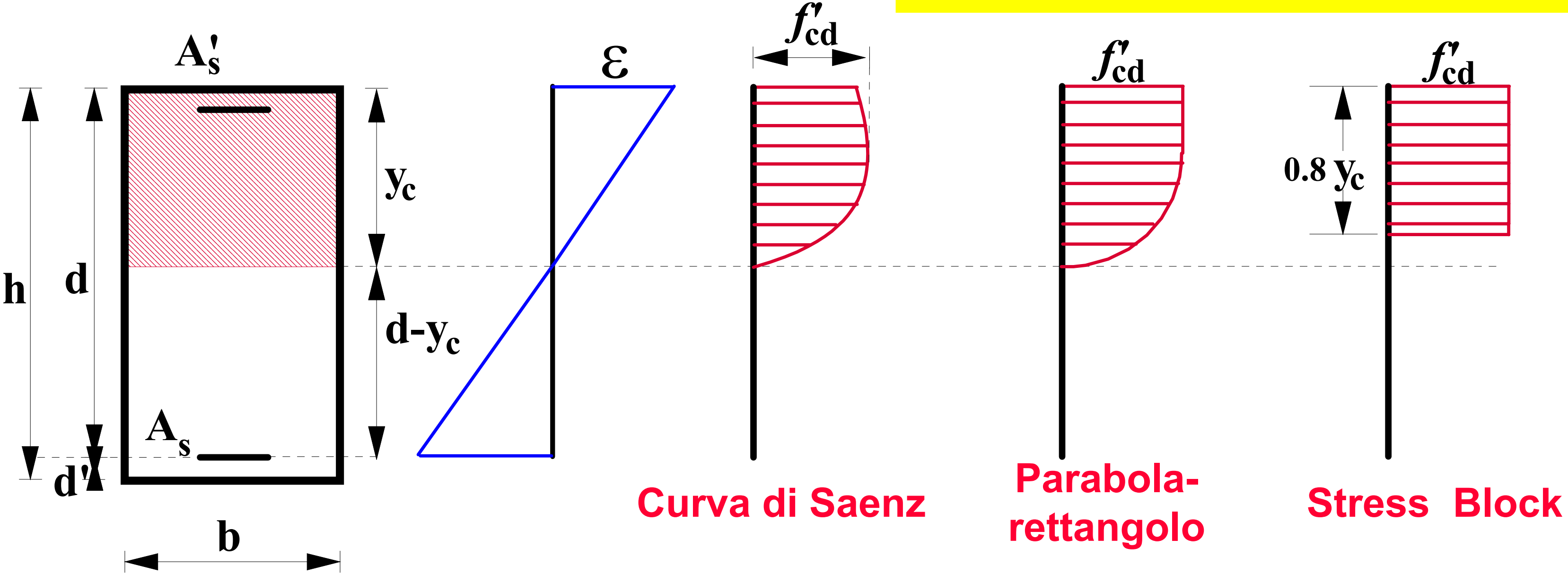
α=0.80 nel caso di STRESS BLOCK con sezione di larghezza crescente dalla fibra maggiormente compressa verso l’asse neutro



Coeff. γ_c - Stati limite ultimi (Decreto 9/1/1996)

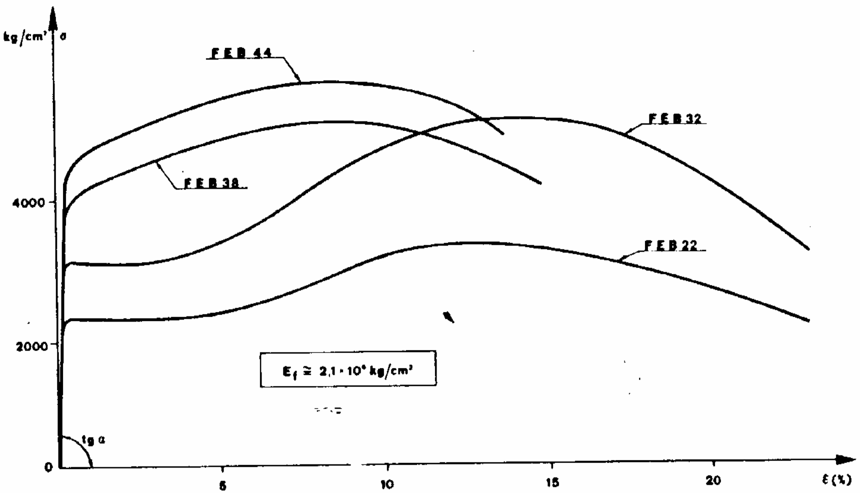
γ_c=1.5 c.a.p.

γ_c=1.6 c.a. e c.a.p. con pre-compressione parziale

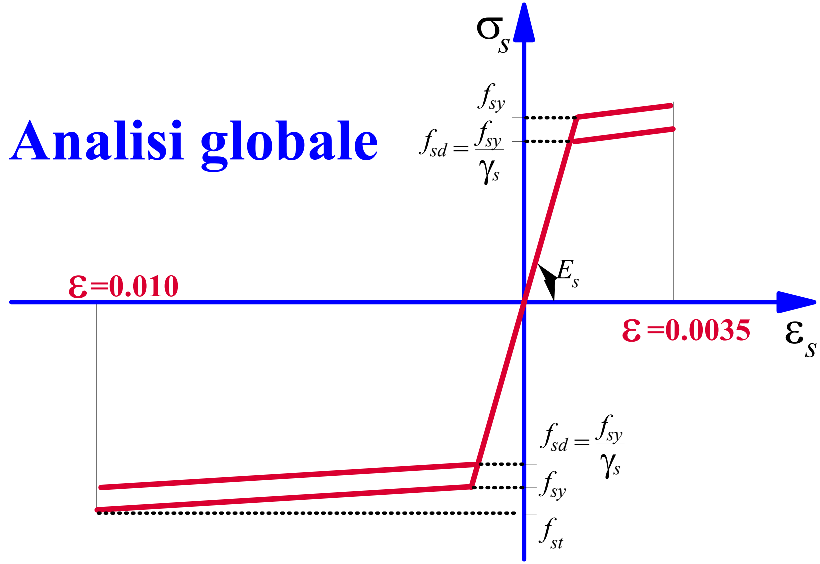


Legami costitutivi dei materiali

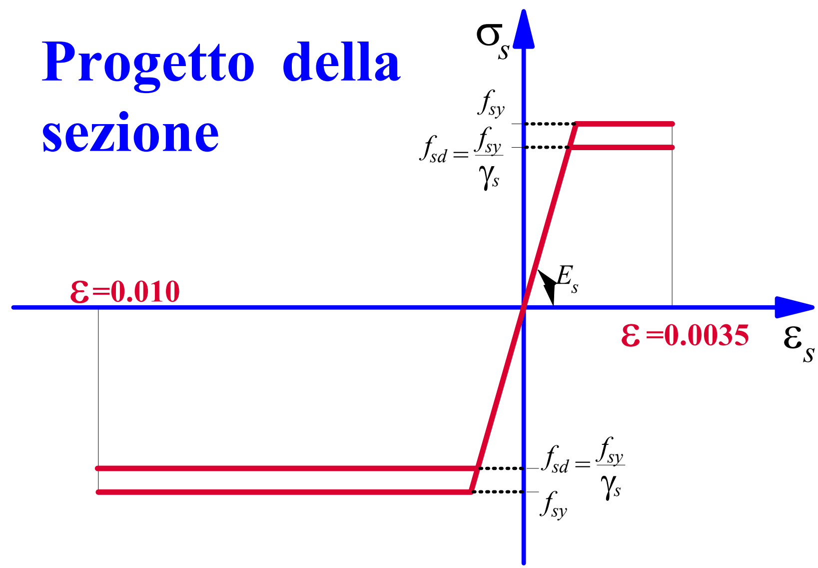
L'acciaio



Analisi globale



Progetto della sezione



Coeff. γ_s - Stati limite ultimi (Decreto 9/1/1996)

γ_s=1.15

Possibili condizioni limiti della sezione generica

- Deformazione ultima del **calcestruzzo:**

$$\varepsilon_{cu} = 0.0035$$

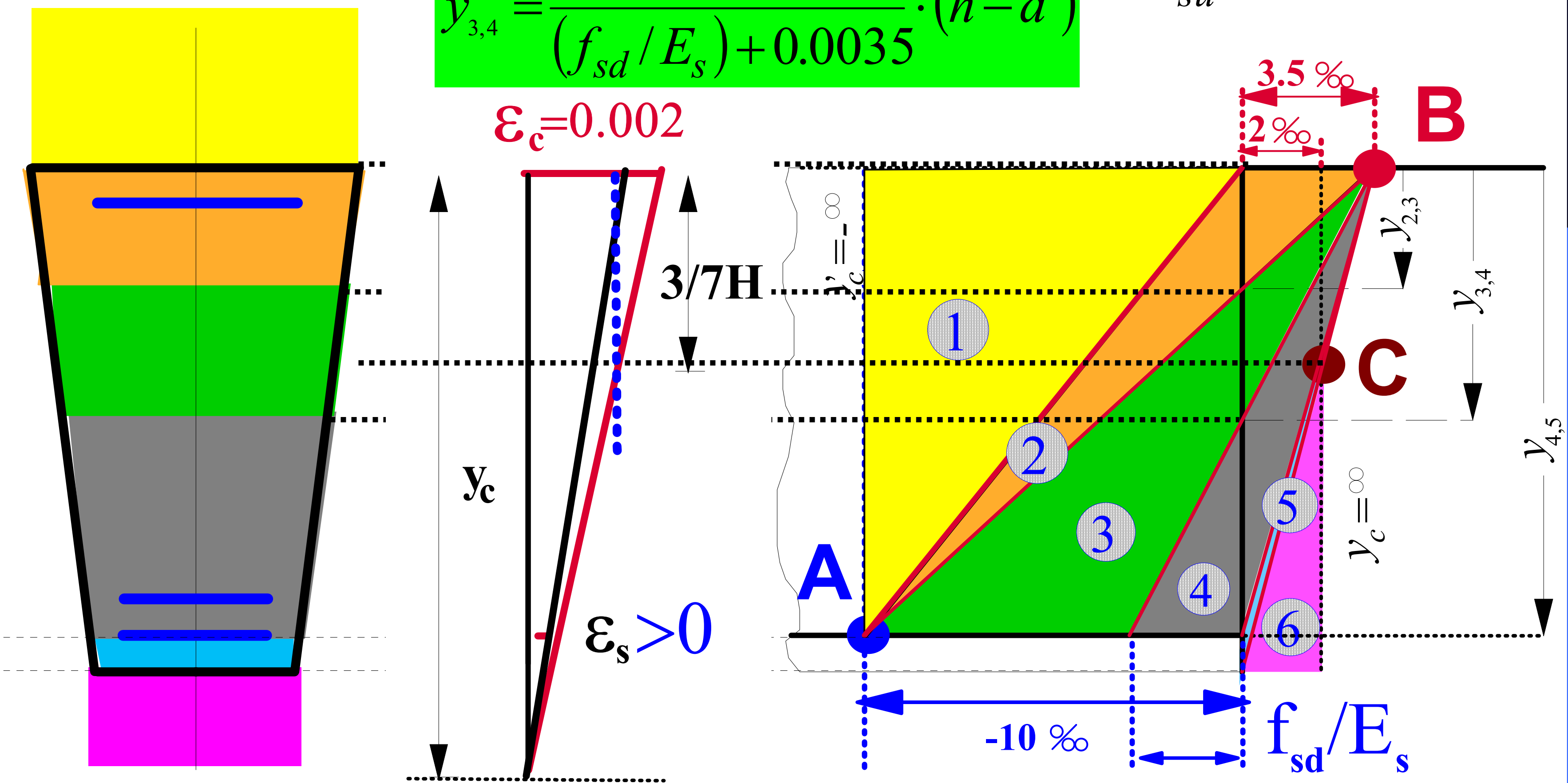
$$\varepsilon'_{cu} = 0.0020$$

- Deformazione ultima dell'**acciaio:**

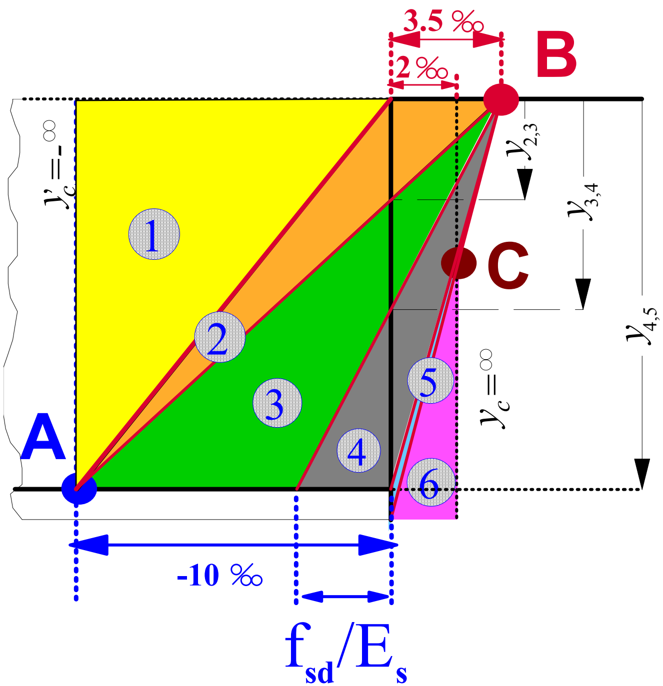
$$\varepsilon_{su} = 0.0100$$

$$y_{2,3} = \frac{0.0035}{0.01 + 0.0035} \cdot (h - d')$$

$$y_{3,4} = \frac{0.0035}{(f_{sd}/E_s) + 0.0035} \cdot (h - d')$$

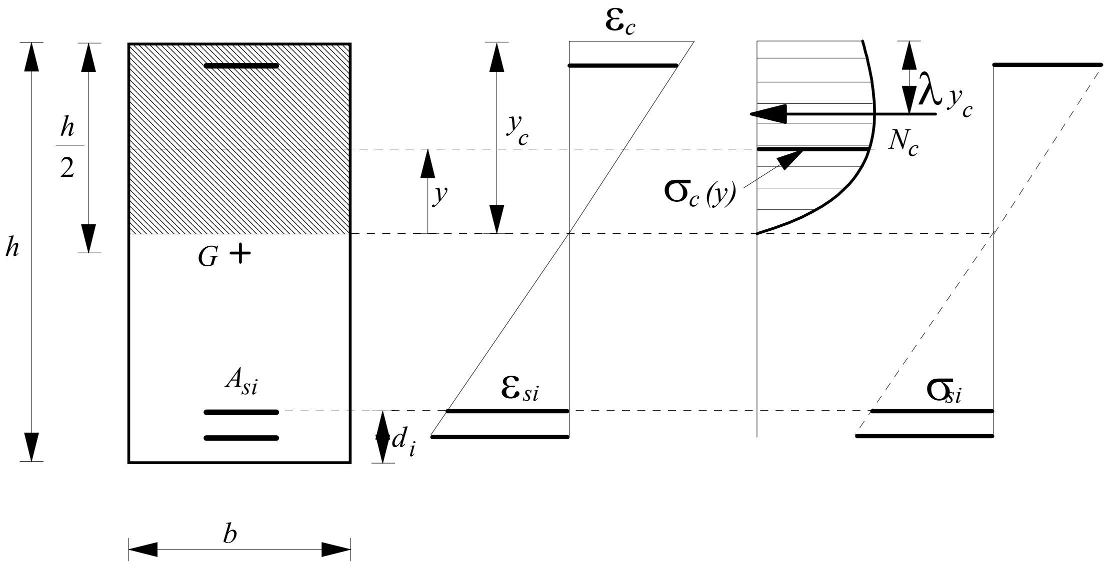


Stati di sollecitazione



ZONE	POSIZIONE ASSE NEUTRO	STATI DI SOLLECITAZIONE
1	$-\infty < y_c < 0$	(tenso flessione o trazione pura)
2	$0 < y_c < y_{2,3}$	(tenso-presso flessione/flessione)
3	$y_{2,3} < y_c < y_{3,4}$	(tenso-presso flessione/flessione)
4	$y_{3,4} < y_c < d$	(tenso-presso flessione/flessione)
5	$d < y_c < h$	(presso flessione)
6	$h < y_c < +\infty$	(presso flessione/compr. sempl.)

Equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione intorno all'asse baricentrico



Equilibrio alla traslazione:

$$b \cdot \int_0^{y_c} \sigma(y)\,dy + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \cdot \sigma_{si} = N$$

Equilibrio alla rotazione intorno all'asse baricentrico:

$$b \cdot \int_0^{y_c} \sigma(y) \cdot [(h/2) - y_c + y]\,dy + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot [d_i - (h/2)] = N \cdot e = M$$

Equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione intorno all’asse baricentrico

Ponendo:

$$\psi = \frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\, dy}{y_c \cdot f'_{cd}} \qquad \lambda = \frac{1}{y_c}\left[\frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\cdot(y_c - y)\, dy}{\int_0^{y_c} \sigma(y)\, dy}\right] = 1 - \left[\frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\cdot y\, dy}{y_c^2 \cdot \psi \cdot f'_c}\right]$$

Si ottiene:

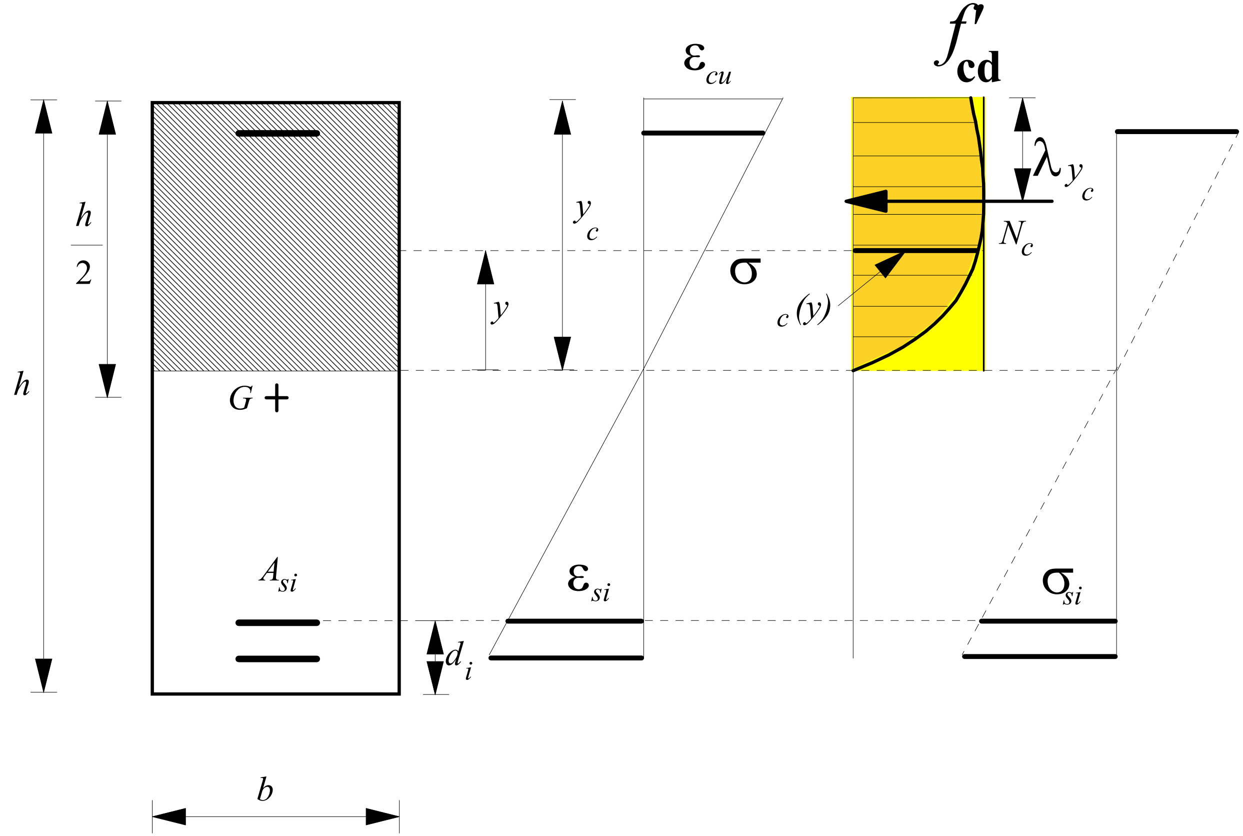
$$b \cdot y_c \cdot \psi \cdot f'_{cd} + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \cdot \sigma_{si} = N_u$$

$$b \cdot y_c \cdot \psi \cdot f'_{cd}\left[(h/2) - \lambda\, y_c\right] + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \cdot \sigma_{si}\left[d_i - (h/2)\right] = M_{uG}$$

Coefficienti ψ e λ

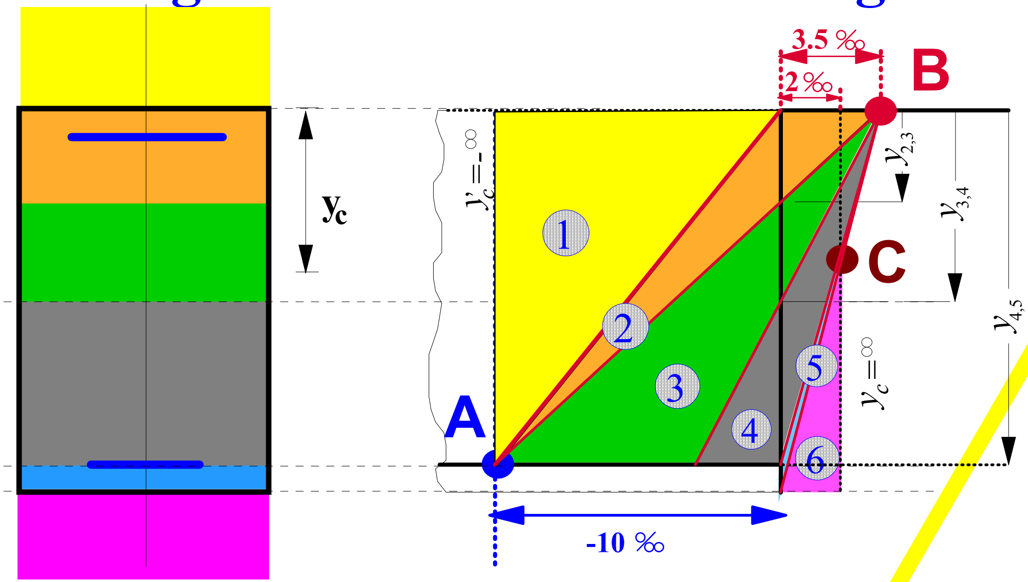
$$\psi = \frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\, dy}{y_c \cdot f'_{cd}}$$

$$\lambda = \frac{1}{y_c}\left[\frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\cdot(y_c - y)\, dy}{\int_0^{y_c} \sigma(y)\, dy}\right] = 1 - \left[\frac{\int_0^{y_c} \sigma(y)\cdot y\, dy}{y_c^2 \cdot \psi \cdot f'_c}\right]$$



Coefficienti ψ e λ sezione rettangolare

Diagramma Parabola-rettangolo



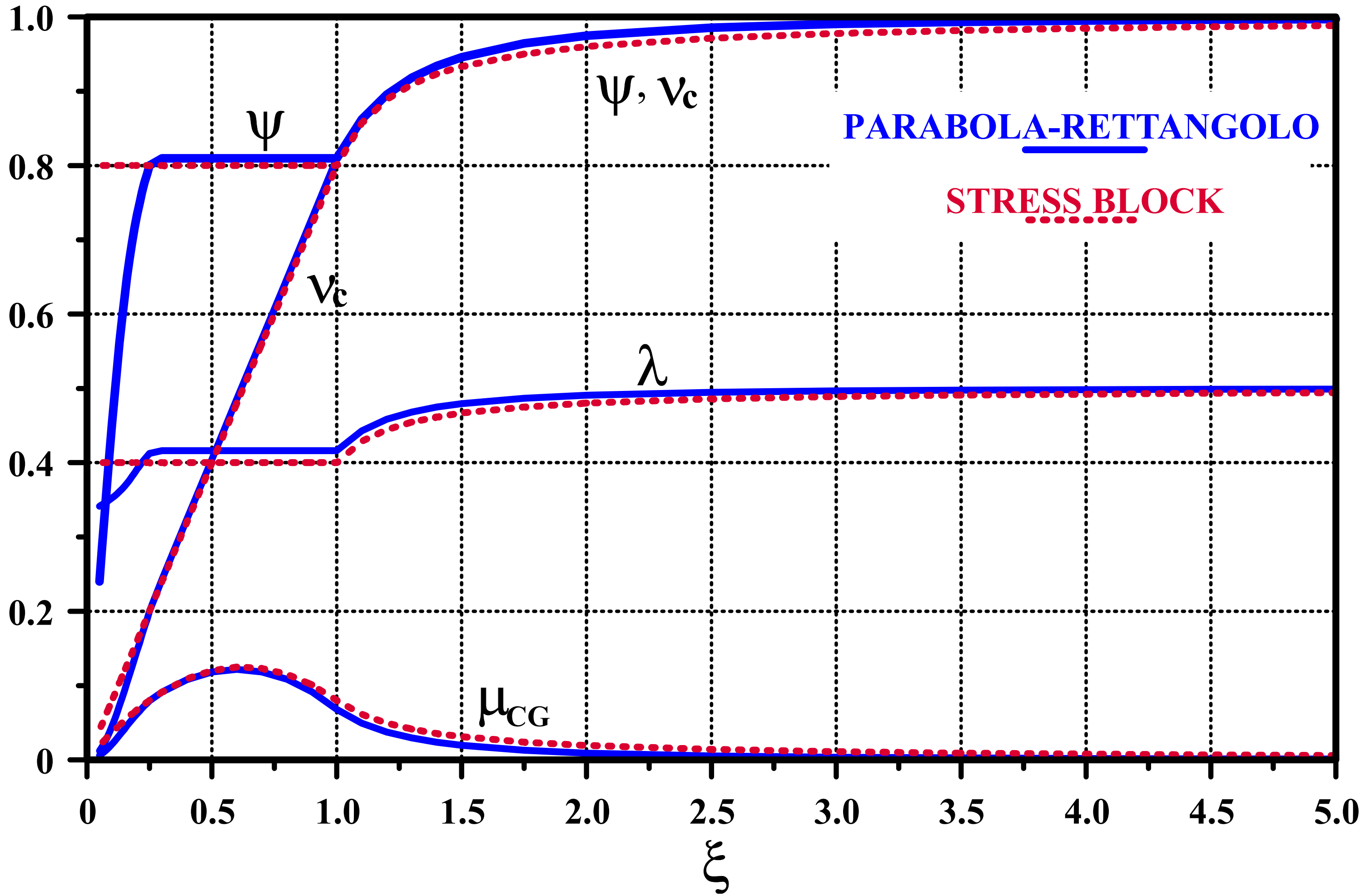
Stress block

$$\psi = 0.8 \quad \lambda = 0.4$$

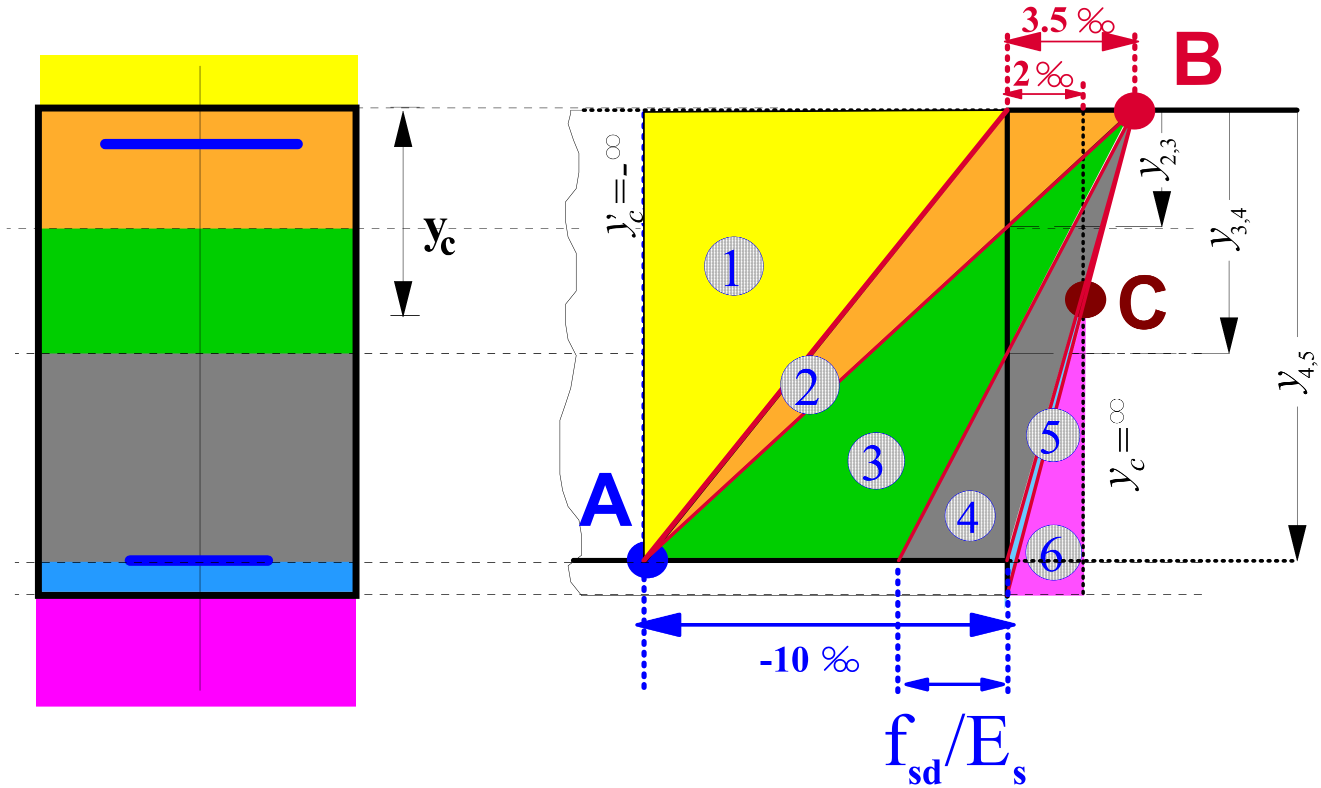
$$\psi = \frac{y_c - 0.80 \cdot h}{y_c - 0.75 \cdot h} \qquad \lambda = \psi/2$$

ξ	ψ	λ	ν_c	μ_{cG}
0.05	0.2401	0.3413	0.0120	0.0058
0.06	0.2852	0.3433	0.0171	0.0082
0.07	0.3291	0.3453	0.0230	0.0110
0.08	0.3718	0.3475	0.0297	0.0140
0.09	0.4130	0.3498	0.0372	0.0174
0.10	0.4527	0.3523	0.0453	0.0210
0.11	0.4907	0.3550	0.0540	0.0249
0.12	0.5269	0.3578	0.0632	0.0289
0.13	0.5611	0.3610	0.0729	0.0330
0.14	0.5931	0.3644	0.0830	0.0373
0.15	0.6228	0.3681	0.0934	0.0416
0.16	0.6500	0.3721	0.1040	0.0458
0.17	0.6745	0.3765	0.1147	0.0500
0.18	0.6963	0.3813	0.1253	0.0541
0.19	0.7158	0.3861	0.1360	0.0580
0.20	0.7333	0.3909	0.1467	0.0619
0.21	0.7492	0.3956	0.1573	0.0656
0.22	0.7636	0.4001	0.1680	0.0692
0.23	0.7768	0.4044	0.1787	0.0727
0.24	0.7889	0.4086	0.1893	0.0761
0.25	0.8000	0.4125	0.2000	0.0794
0.30	0.8095	0.4160	0.2429	0.0911
0.40	0.8095	0.4160	0.3238	0.1080
0.50	0.8095	0.4160	0.4048	0.1182
0.60	0.8095	0.4160	0.4857	0.1216
0.70	0.8095	0.4160	0.5667	0.1183
0.80	0.8095	0.4160	0.6476	0.1083
0.90	0.8095	0.4160	0.7286	0.0915
1.00	0.8095	0.4160	0.8095	0.0680
1.10	0.8620	0.4428	0.8620	0.0493
1.20	0.8955	0.4583	0.8955	0.0373
1.30	0.9181	0.4681	0.9181	0.0293
1.40	0.9341	0.4748	0.9341	0.0235
1.50	0.9458	0.4795	0.9458	0.0194
1.75	0.9644	0.4868	0.9644	0.0127
2.00	0.9748	0.4908	0.9748	0.0090
2.50	0.9855	0.4947	0.9855	0.0052
3.00	0.9906	0.4966	0.9906	0.0034
3.50	0.9934	0.4976	0.9934	0.0024
4.00	0.9951	0.4982	0.9951	0.0017
4.50	0.9962	0.4987	0.9962	0.0013
5.00	0.9970	0.4989	0.9970	0.0011

Andamento dei coefficienti ψ e λ



Tensione nelle armature tese



Zone 1,2,3:

$$\varepsilon_s \geq \frac{f_{sd}}{E_s} \Rightarrow \sigma_s = -f'_{sd}$$

Zone 4,5:

$$\varepsilon_s = -\frac{0.0035}{y_c} \cdot (d - y_c)$$

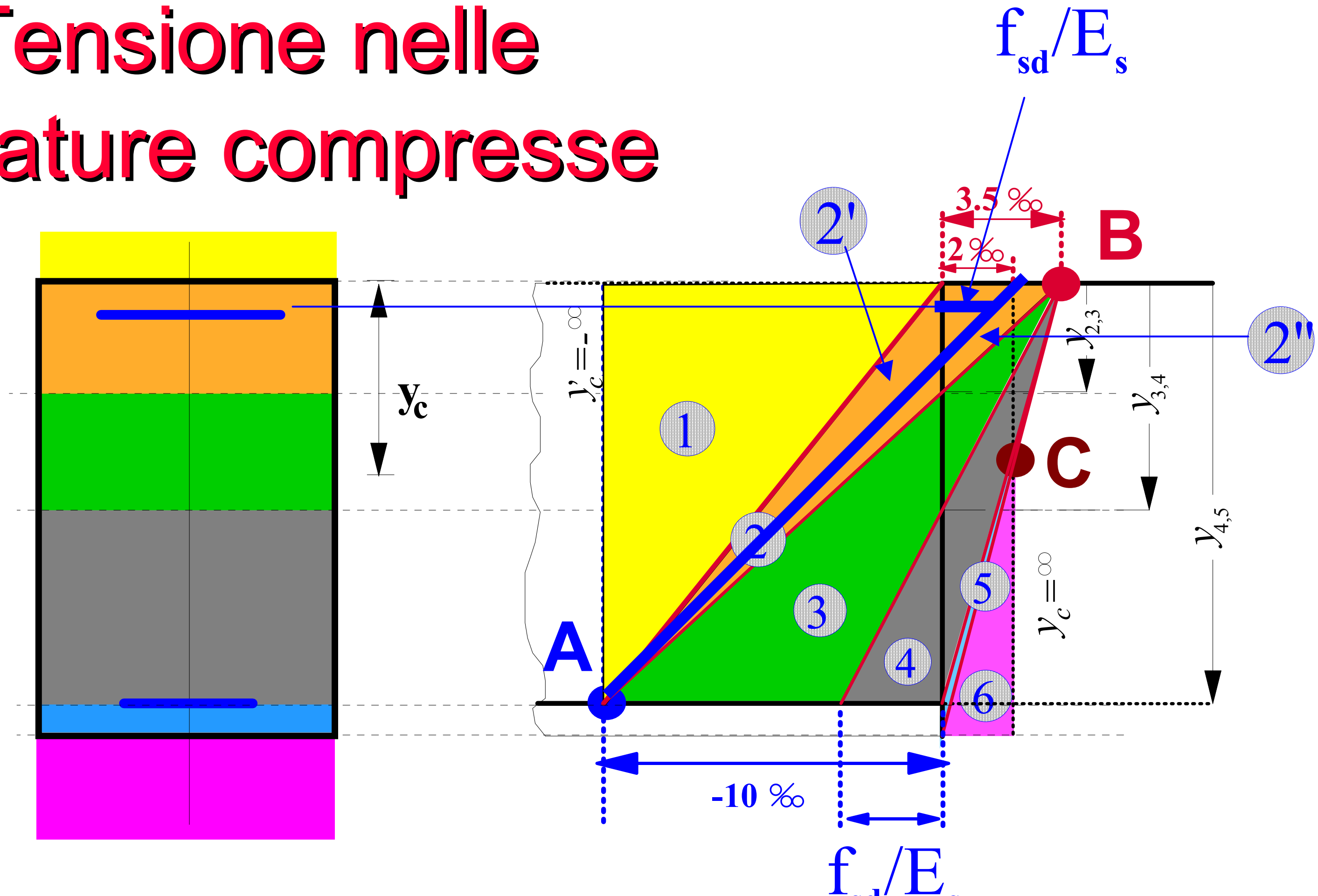
$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$$

Zona 6:

$$\varepsilon_s = \frac{0.002}{\left(y_c - \frac{3}{7} \cdot h\right)} \cdot (y_c - d)$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

Tensione nelle armature compresse



Zone 1,2':

$$\varepsilon'_s = -\frac{0.01}{d - y_c} \cdot (d' - y_c)$$

$$\sigma'_s = E_s \varepsilon'_s$$

Zone 2",3,4,5:

$$\varepsilon'_s \geq \frac{f'_{sd}}{E_s} \Rightarrow \sigma'_s = f'_{sd}$$

Zona 6:

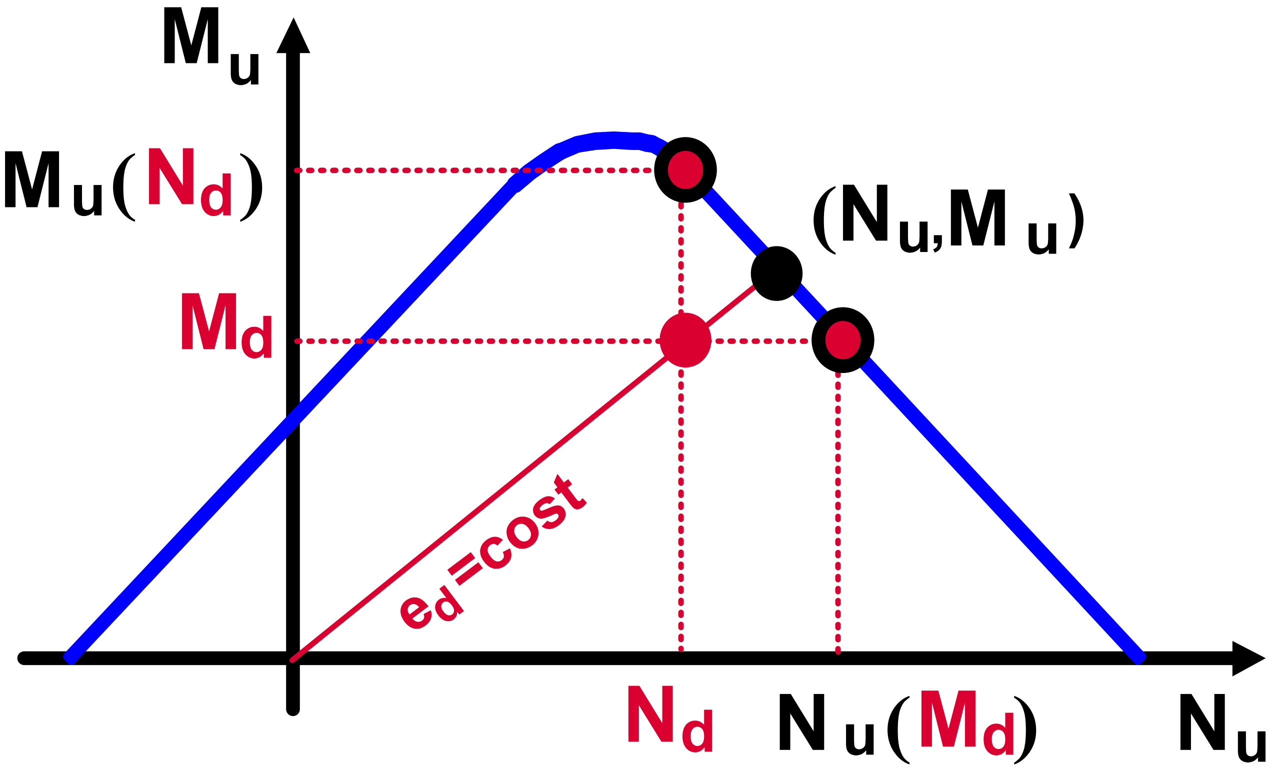
$$\varepsilon'_s \geq \frac{f'_{sd}}{E_s} \Rightarrow \sigma'_s = f'_{sd}$$

$$b \cdot y_c \cdot \psi \cdot f'_{cd} + A_s \cdot \sigma_s + A_s^{'} \cdot \sigma_s^{'} = N_u$$

$$b \cdot y_c \cdot \psi \cdot f'_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot y_c \right) + A_s \cdot \sigma_s \cdot \left(\frac{\mathrm{h}}{2} - d' \right) - A_s^{'} \cdot \sigma_s^{'} \cdot \left(\frac{\mathrm{h}}{2} - d' \right) = M_{uG}$$

Zona	σ_s	$\sigma_s^{'}$	ψ	λ
1	$-f_{sd}$	$E_s \cdot \varepsilon_s$;$-f_{sd}$	0	0
2	$-f_{sd}$	f_{sd}	0.8	0.4
3	$-f_{sd}$	f_{sd}	0.8	0.4
4	$E_s \cdot \varepsilon_s$	f_{sd}	0.8	0.4
5	$E_s \cdot \varepsilon_s$	f_{sd}	0.8	0.4
6	$E_s \cdot \varepsilon_s$; f_{sd}	f_{sd}	0.8 – 1.0	0.4 – 0.5

Sezione rettangolare: verifica



Verifica tipo A: $N_u = N_d \quad \Rightarrow M_d \leq M_u(N_d)$

Verifica tipo B: $M_u = M_d \quad \Rightarrow N_d \leq N_u(M_d)$

Verifica tipo C: $e_u = e_d = \dfrac{M_d}{N_d} = \quad \Rightarrow \quad N_d \leq N_u(e_d)$

Sezione rettangolare: verifica

Escludendo la zona 1(relativa alla tensoflessione) e la zona 6 di scarso interesse per ragioni di duttilità, applicando lo Stress block si ha:

Equilibrio alla traslazione (determinazione posizione asse neutro):

a) **<u>armatura compressa in campo elastico:</u>**

L'equazione determinatrice dell'asse neutro si presenta nella forma seguente:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot E_s \cdot \frac{0.01}{d - y_c} \cdot (y_c - d') - A_s \cdot f_{sd} = N_u$$

che risulta una equazione di 2° grado in y_c con coefficienti a_2, a_1, a_0, forniti dalle seguenti relazioni

$$a_2 = 0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}$$

$$a_1 = -(0.8 \cdot b \cdot d \cdot f'_{cd} + 0.01 \cdot A'_s \cdot E_s + A_s \cdot f_{sd} + N_u)$$

$$a_0 = 0.01 \cdot A'_{sd} \cdot E_s \cdot d' + A_s \cdot f_{sd} \cdot d + N_u \cdot d$$

Sezione rettangolare: verifica

b) <u>armature entrambe snervate</u>:

L'equazione di equilibrio alla traslazione diventa:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot f_{sd} - A_s \cdot f_{sd} = N_u$$

$$y_c = \frac{N_u + A_s \cdot f_{sd} - A'_s \cdot f_{sd}}{0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}}$$

c) <u>armatura inferiore in campo elastico</u>:

L'equazione di equilibrio alla traslazione diventa:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot f_{sd} - A_s \cdot E_s \cdot \frac{0.0035}{y_c} \cdot \left(d - y_c\right) = N_u$$

che risulta una equazione di 2° grado in y_c con coefficienti a_2, a_1, a_0, forniti dalle seguenti relazioni

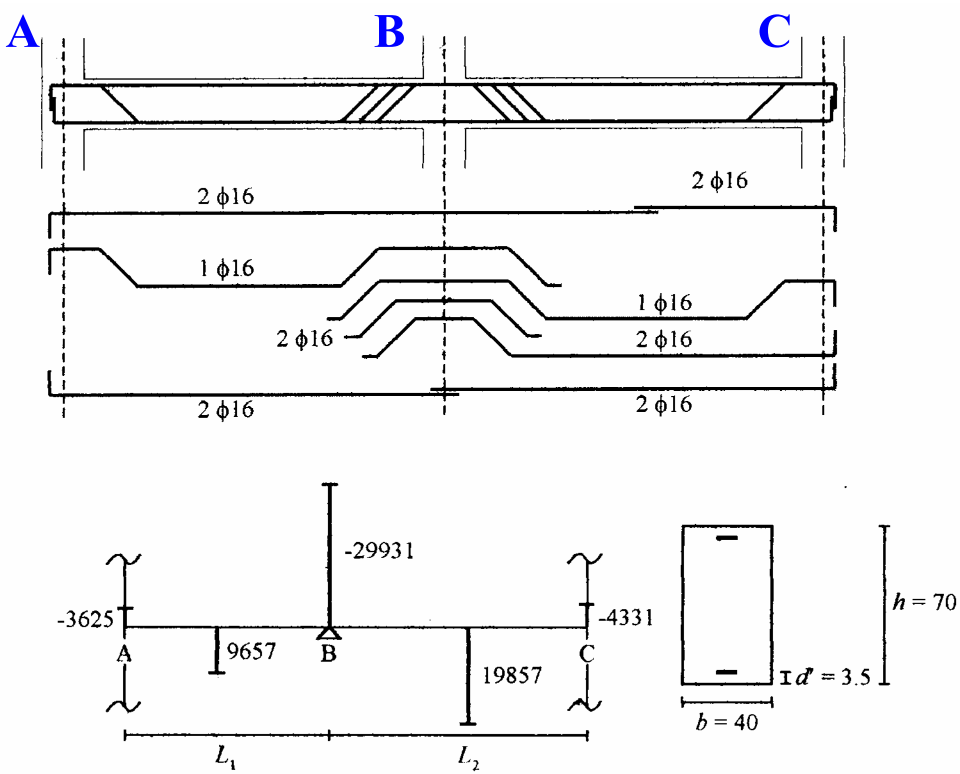
$$a_2 = 0.8 \cdot b \cdot f'_{cd} \qquad a_1 = A'_s \cdot f_{sd} + 0.0035 A_s \cdot E_s - N_u \qquad a_0 = -0.0035 A_s \cdot E_s \cdot d$$

Equilibrio alla rotazione intorno al baricentro:

$$M_{uG} = \psi \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot y_c\right) + A'_s \cdot \sigma'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - A_s \cdot \sigma_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)$$

Esempio di verifica di sezione rettangolare a flessione semplice

Verifica allo stato limite ultimo della sezione in corrispondenza dell'appoggio B, soggetta al momento flettente Md = -30000 kgm



Cls: Rck=250 kg/cmq – acciaio: FeB38k

Resistenze di calcolo del calcestruzzo e dell'acciaio:

$$f'_{cd} = 0.85\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85\frac{0.83 \cdot R_{ck}}{1.6} = 110 kg/cm^2$$

$$f_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{3800}{1.15} = 3304 kg/cm^2$$

Determinazione della posizione dell'asse neutro:

si supponga inizialmente di essere nella zona in cui le armature sono entrambe snervate.L'equazione di equilibrio alla traslazione diventa, utilizzando il diagramma "stress-block" per il calcestruzzo:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot f_{sd} - A_s \cdot f_{sd} = N_u = 0$$

cui segue

$$y_c = \frac{A_s \cdot f_{sd} - A'_s \cdot f_{sd}}{0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}} = \frac{16.08 \cdot 3304 - 4.02 \cdot 3304}{0.8 \cdot 40 \cdot 110} = 11.32 \text{ cm}$$

I limiti della zona in cui le armature sono snervate sono:

$$y_{2',2''} = \frac{(f_{sd}/E_s) \cdot d + 0.01 \cdot d'}{0.01 \cdot (f_{sd}/E_s)} = \frac{(3304/2100000) \cdot 66.5 + 0.01 \cdot 3.5}{0.01 \cdot (3304/2100000)} = 12.06 \text{ cm}$$

$$y_{3,4} = \frac{0.0035}{(f_{sd}/E_s) + 0.0035} \cdot (h - d') = \frac{0.0035}{(3304/2100000) + 0.0035} \cdot (70 - 3.5) = 45.88 \text{ cm}$$

per cui si ricade nella zona con l'armatura compressa in campo elastico:

$$y_c < y_{2',2''}$$

In tale zona l'equazione determinatrice della posizione dell'asse neutro è:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot E_s \cdot \frac{0.01}{d - y_c} \cdot (y_c - d') - A_s \cdot f_{sd} = N_u = 0$$

che diventa un'equazione di II grado in y_c

$$a_2 \cdot y_c^2 + a_1 \cdot y_c + a_0 = 0$$

dove

$$a_0 = 0.01 \cdot A'_s \cdot E_s \cdot d' + A_s \cdot f_{sd} \cdot d + N_u \cdot d = 0.01 \cdot 4.02 \cdot 2100000 \cdot 3.5 + \\ + 16.08 \cdot 3304 \cdot 66.5 + 0 = 3828503$$

$$a_1 = -(0.8 \cdot b \cdot d \cdot f'_{cd} + 0.001 \cdot A'_s \cdot E_s + A_s \cdot f_{sd} - N_u) = -(0.8 \cdot 40 \cdot 66.5 \cdot 110 + \\ + 0.01 \cdot 4.02 \cdot 2100000 + 16.08 \cdot 3304 - 0) = -371628$$

$$a_2 = 0.8 \cdot b \cdot f'_{cd} = 0.8 \cdot 40 \cdot 110 = 3520$$

Risulta

$$3250 \cdot y_c^2 - 371628 \cdot y_c + 3828503 = 0$$

$$y_c = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4\ AC}}{2\ A} = \frac{371628 - \sqrt{371628^2 - 4 \cdot 3520 \cdot 3828503}}{2 \cdot 3520} = 11.57 \text{ cm}$$

Il momento ultimo si ricava dall'equazione di equilibrio alla rotazione, che per la zona in esame è la seguente:

$$M_{uG} = 0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.4 \cdot y_c \right) + A'_s \cdot \sigma'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) - A_s \cdot \sigma_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$

dove

$$\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s = E_s \cdot \frac{0.01}{d - y_c} \cdot (y_c - d') = 2100000 \cdot \frac{0.01}{66.5 - 11.57} \cdot (11.57 - 3.5) =$$

$$= 3085 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = -f_{sd} = -3304 \text{ kg/cm}^2$$

Il momento ultimo vale, pertanto:

$$M_{uG} = 0.8 \cdot 40 \cdot 11.57 \cdot 110 \cdot (35 - 0.4 \cdot 11.57) + 4.02 \cdot 3085 \cdot (35 - 3.5) + 16.08 \cdot 3304 \cdot$$
$$\cdot (35 - 3.5) = 3301138 \text{ kgcm} = 33011 \text{ kgm}$$

per cui la verifica è soddisfatta, essendo:

$$M_d = 30000\, kgm < M_{uG} = 33000\, kgm$$

Si osserva infine che l’asse neutro allo s.l.u. è nella zona 2:

$$\xi_u = \frac{y_c}{h} = \frac{11.57}{70} = 0.165 < \left[\xi_{2,3} = 0.259 \frac{d}{h} \right]$$

Trascurando l'armatura in compressione, il procedimento diventa molto più agevole. Infatti per l'asse neutro si ottiene:

$$y_c = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}} = \frac{16.08 \cdot 3304}{0.8 \cdot 40 \cdot 110} = 15.09 \text{ cm}$$

In assenza di armatura in compressione non occorre verificare se l'armatura compressa è snervata o meno. Si può direttamente valutare il momento ultimo.

$$M_{uG} = 0.8 \cdot 40 \cdot 15.09 \cdot 110 \cdot (35 - 0.4 \cdot 15.09) + 16.08 \cdot 3304 \cdot$$
$$\cdot (35 - 3.5) = 3.212.017 \; daN \; cm = 32120 \; daN \text{ m}$$

(lievemente inferiore a 33011 *daN* m)

Domini di resistenza adimensionalizzati

Adimensionalizzazione

$$\nu_u = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} \qquad \mu_{u,G} = \frac{M_{u,G}}{b \cdot h^2 \cdot f'_{cd}} \qquad \omega(\omega') = \frac{A_s(A'_s) \cdot f_{sd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}}$$

$$\xi = y_c / h \quad ; \quad \delta' = d'/h \quad ; \quad d/h = \frac{h - d'}{h} = 1 - \delta'$$

Ad esempio, introducendo le quantità adimensionali nell'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$\frac{b \cdot y_c \cdot \psi \cdot f'_{cd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si} \cdot \sigma_{si}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}(f_{sd}/f_{sd})} = \frac{N}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \nu_u$$

Le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione diventano:

$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u$$

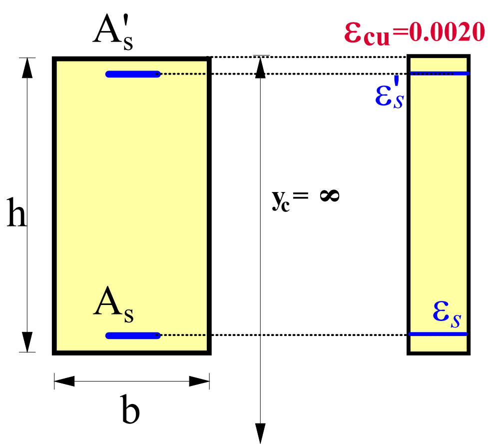
$$\psi \cdot \xi \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \lambda \cdot \xi \right] + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \delta' \right] - \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \delta' \right] = \mu_{u,G}$$

Domini di resistenza adimensionalizzati

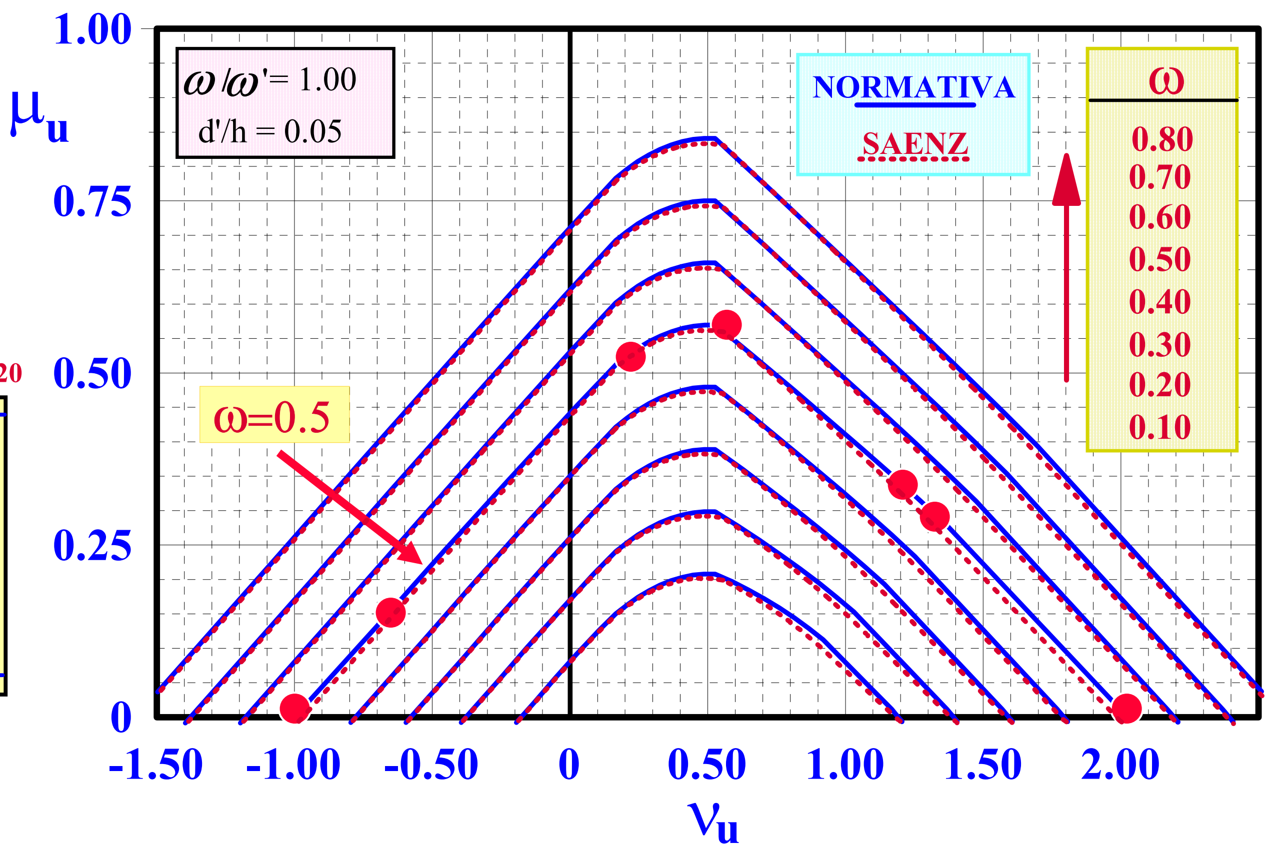
$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u$$

$$\psi \cdot \xi \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \lambda \cdot \xi \right] + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \delta' \right] - \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \delta' \right] = \mu_{u,G}$$

$$\xi = +\infty$$

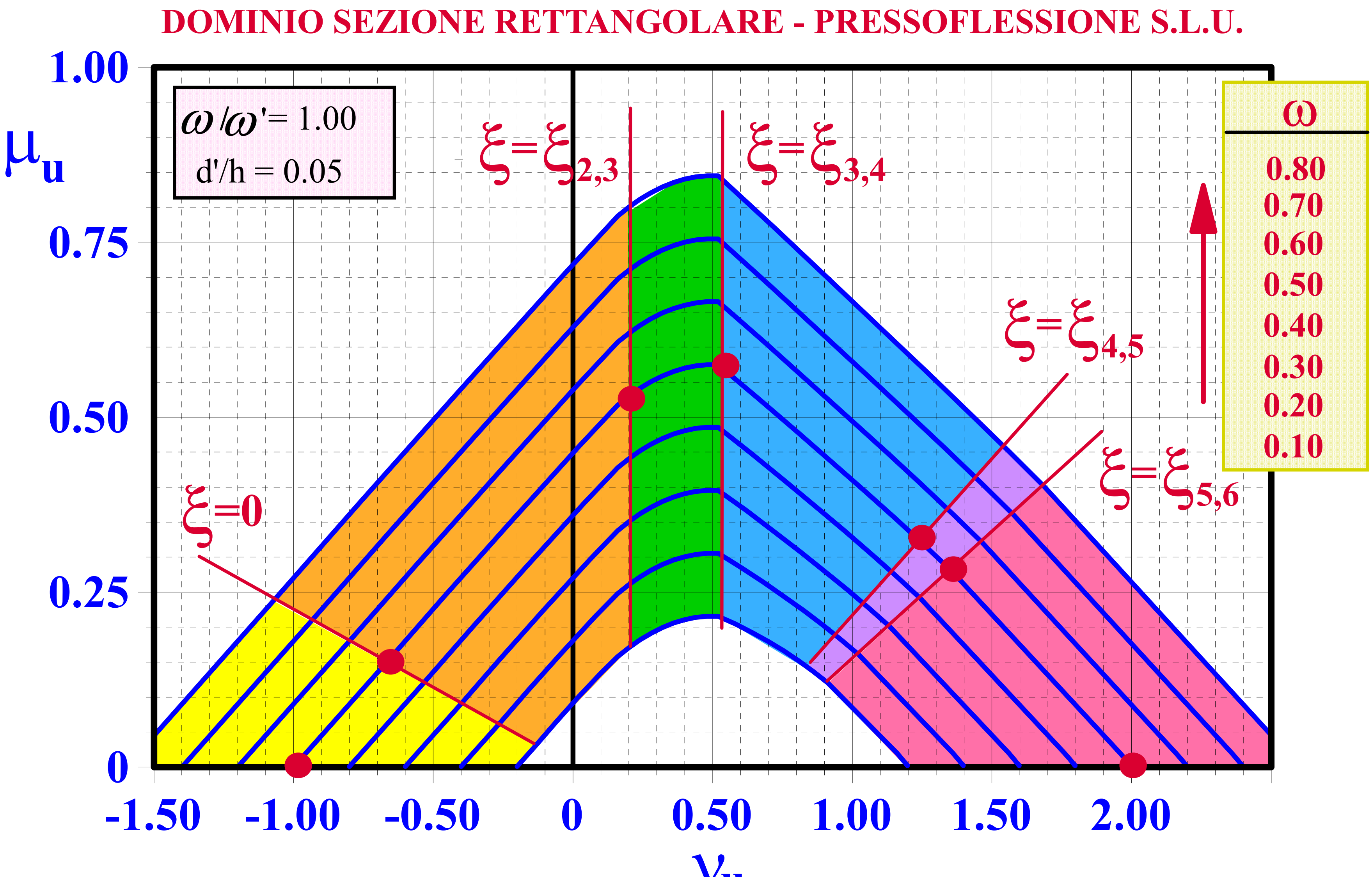


DOMINIO SEZIONE RETTANGOLARE - PRESSOFLESSIONE S.L.U.

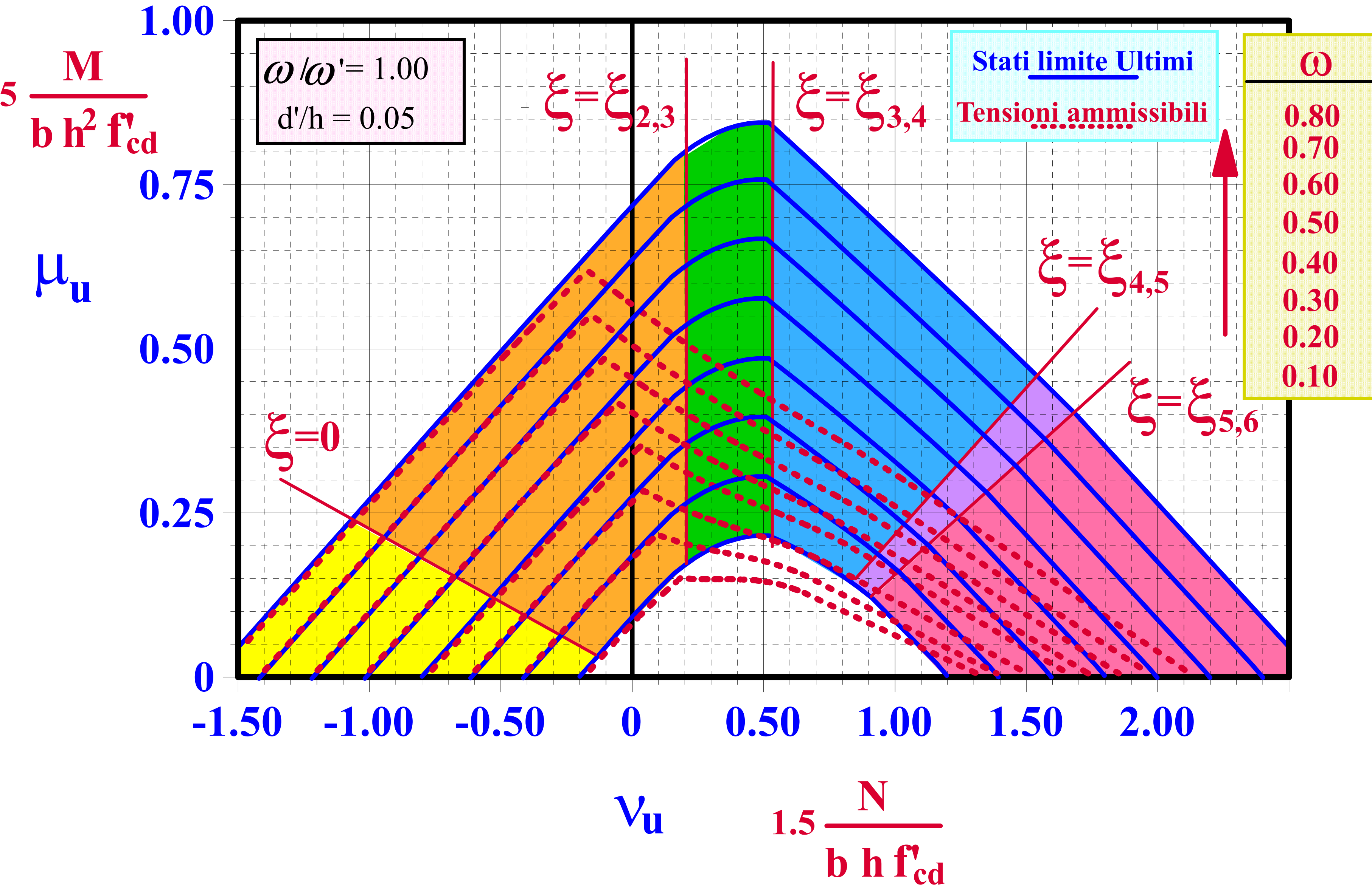


$$\nu_{u6} = 1 + \omega + \omega' = 2.0 \qquad \mu_{u,G6} = \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) - \omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) = 0$$

Domini di resistenza adimensionalizzati



Confronto Tensioni Ammissibili-Stati Limite Ultimi in termini di Dominio Resistente



Sezione rettangolare: problemi di progetto in flessione e pressoflessione

Le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione in forma adimensionale risultano:

$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u$$

Traslazione

$$\psi \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{2} - \lambda \cdot \xi\right) + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta'\right) - \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta'\right) = \mu_{uG}$$

Rotazione intorno al baricentro

$$\psi \cdot \xi \cdot \left(1 - \delta' - \lambda \cdot \xi\right) + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \cdot \left(1 - 2\delta'\right) = \mu_u$$

Rotazione intorno all'armatura tesa

Flessione

A progetto di $h(b)$ ed As con $b(h)$ ed il rapporto delle armature assegnati

B progetto di As e $A's$ con b ed h assegnati

Pressoflessione

A progetto di $h(b)$ ed As noti $b(h)$ e le percentuali meccaniche di armatura

B progetto della sezione e delle armature mediante abachi $(1/\nu u)$-(e/h)

Flessione: progetto di *h* o *b* ed A_s mediante Tabelle

$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u \qquad \psi \cdot \xi \cdot (1 - \delta' - \lambda \cdot \xi) + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \cdot (1 - 2\delta') = \mu_u$$

$$\rho = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{A'_s}{A_s}$$

$$\omega = \frac{\psi \cdot \xi}{-[(\sigma_s/f_{sd}) + \rho \cdot (\sigma'_s/f_{sd})]} \qquad \psi \cdot \xi \cdot (1 - \delta' - \lambda \cdot \xi) + \rho \cdot \frac{\psi \cdot \xi}{-[(\sigma_s/f_{sd}) + \rho \cdot (\sigma'_s/f_{sd})]} \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \cdot (1 - 2\delta') = \mu_u$$

$$\mu_u = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot f'_{cd}} = \mu_c(\xi) + \mu_\rho(\xi) \qquad h = \frac{1}{\sqrt{f'_{cd} \cdot [\mu_c(\xi) + \mu_\rho(\xi)]}} \cdot \sqrt{\frac{M_u}{b}} = r_u \cdot \sqrt{\frac{M_u}{b}}$$

$$r_u = r_u(f'_{cd}, f_{sd}, \delta', \xi, \rho) = \frac{1}{\sqrt{f'_{cd} \cdot [\mu_c(\xi) + \mu_\rho(\xi)]}} \qquad b = r_u^2 \cdot \frac{M_u}{h^2}$$

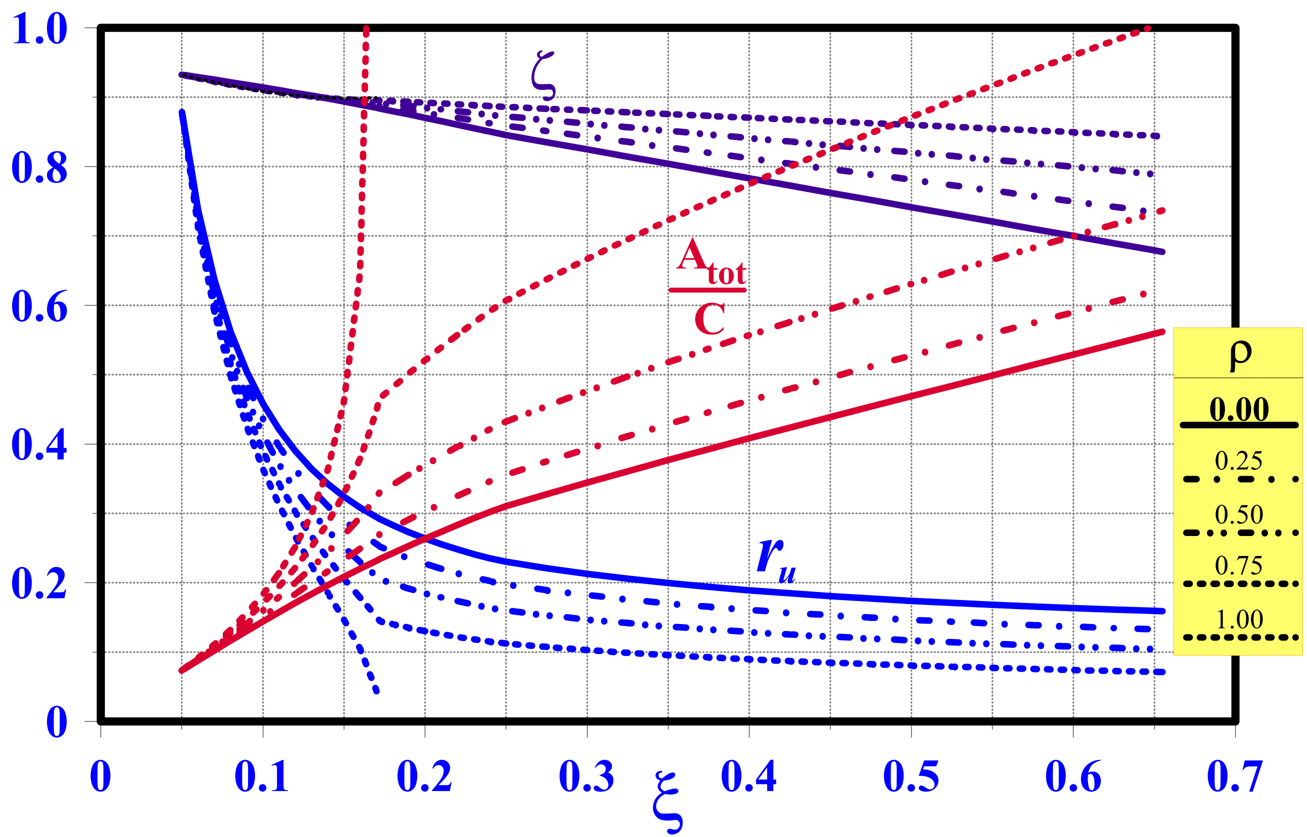
$$A_s = \omega \cdot \frac{b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}} = \frac{\psi \cdot \xi}{-[\rho \cdot (\sigma'_s/f_{sd} + \sigma_s/f_{sd})]} \cdot \frac{b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}} \qquad A_s = \frac{M_u}{\zeta \cdot h \cdot f_{sd}} \cdot \frac{b \cdot h \cdot f'_{cd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \frac{\mu_u}{\zeta} \cdot \frac{b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

$$\zeta = \frac{\mu_u}{\omega} = \frac{\mu_c(\xi) + \mu_p(\xi)}{\omega} \qquad A_s = \frac{M_u}{\zeta \cdot h \cdot f_{sd}}$$

Flessione: progetto di *h* o *b* ed A_s mediante Tabelle

$$h = r_u \cdot \sqrt{\frac{M_u}{b}} \qquad b = r_u^2 \cdot \frac{M_u}{h^2} \qquad r_u = r_u\left(f'_{cd}, f_{sd}, \delta', \xi, \rho\right)$$

$$A_s = \frac{M_u}{\zeta \cdot h \cdot f_{sd}} \qquad \zeta = \zeta\left(f'_{cd}, f_{sd}, \delta', \xi, \rho\right)$$



Coefficienti r_u e ζ

$$r_u = r_u\left(f'_{cd}, f_{sd}, \delta', \xi, \rho\right)$$

$$\zeta = \zeta\left(f'_{cd}, f_{sd}, \delta', \xi, \rho\right)$$

$f_{cd} = 110$ kg/cm²	$f_{sd} = 3304$ kg/cm²	$d'/h = 0.05$								
$\xi = y_c/h$	$\rho = 0$		$\rho = 0.25$		$\rho = 0.50$		$\rho = 0.75$		$\rho = 1.00$	
	r_u	ζ	r_u	ζ	r_u	ζ	r_u	ζ	r_u	ζ
0.050	0.8784	0.9329	0.8784	0.9329	0.8784	0.9329	0.8784	0.9329	0.8784	0.9329
0.060	0.7374	0.9294	0.7310	0.9288	0.7245	0.9283	0.7180	0.9278	0.7114	0.9273
0.070	0.6370	0.9258	0.6257	0.9248	0.6142	0.9239	0.6024	0.9230	0.5904	0.9221
0.080	0.5620	0.9221	0.5468	0.9209	0.5310	0.9197	0.5148	0.9185	0.4979	0.9173
0.090	0.5040	0.9184	0.4854	0.9171	0.4660	0.9157	0.4457	0.9143	0.4243	0.9130
0.100	0.4580	0.9146	0.4364	0.9133	0.4136	0.9119	0.3894	0.9105	0.3635	0.9092
0.110	0.4206	0.9108	0.3963	0.9096	0.3703	0.9083	0.3423	0.9071	0.3116	0.9059
0.120	0.3898	0.9068	0.3629	0.9059	0.3338	0.9050	0.3019	0.9041	0.2661	0.9032
0.130	0.3640	0.9028	0.3347	0.9023	0.3025	0.9019	0.2665	0.9015	0.2246	0.9011
0.140	0.3423	0.8986	0.3106	0.8989	0.2753	0.8991	0.2347	0.8993	0.1855	0.8996
0.150	0.3239	0.8943	0.2898	0.8954	0.2512	0.8966	0.2055	0.8977	0.1465	0.8988
0.160	0.3082	0.8899	0.2716	0.8921	0.2295	0.8944	0.1781	0.8966	0.1040	0.8988
0.170	0.2947	0.8853	0.2556	0.8889	0.2098	0.8925	0.1513	0.8961	0.0436	0.8997
0.172	0.2918	0.8842	0.2521	0.8881	0.2054	0.8921	0.1449	0.8960	0	0
0.180	0.2830	0.8805	0.2444	0.8854	0.1990	0.8903	0.1403	0.8951	0	0
0.190	0.2727	0.8757	0.2353	0.8818	0.1915	0.8879	0.1349	0.8939	0	0
0.200	0.2635	0.8708	0.2273	0.8781	0.1848	0.8854	0.1301	0.8927	0	0
0.210	0.2554	0.8659	0.2201	0.8744	0.1788	0.8829	0.1258	0.8915	0	0
0.220	0.2480	0.8609	0.2136	0.8707	0.1734	0.8804	0.1219	0.8902	0	0
0.230	0.2413	0.8558	0.2077	0.8669	0.1685	0.8779	0.1184	0.8890	0	0
0.240	0.2353	0.8508	0.2023	0.8631	0.1640	0.8754	0.1152	0.8877	0	0
0.250	0.2302	0.8460	0.1978	0.8595	0.1602	0.8730	0.1124	0.8865	0	0
0.275	0.2208	0.8356	0.1894	0.8517	0.1532	0.8678	0.1074	0.8839	0	0
0.300	0.2128	0.8252	0.1822	0.8439	0.1471	0.8626	0.1029	0.8813	0	0
0.325	0.2057	0.8148	0.1759	0.8361	0.1418	0.8574	0.0990	0.8787	0	0
0.350	0.1995	0.8044	0.1703	0.8283	0.1371	0.8522	0.0956	0.8761	0	0
0.375	0.1940	0.7940	0.1653	0.8205	0.1328	0.8470	0.0925	0.8735	0	0
0.400	0.1891	0.7836	0.1608	0.8127	0.1290	0.8418	0.0897	0.8709	0	0
0.425	0.1847	0.7732	0.1567	0.8049	0.1255	0.8366	0.0871	0.8683	0	0
0.450	0.1807	0.7628	0.1531	0.7971	0.1224	0.8314	0.0848	0.8657	0	0
0.475	0.1771	0.7524	0.1497	0.7893	0.1195	0.8262	0.0827	0.8631	0	0
0.500	0.1738	0.7420	0.1467	0.7815	0.1168	0.8210	0.0807	0.8605	0	0
0.525	0.1708	0.7316	0.1438	0.7737	0.1144	0.8158	0.0789	0.8579	0	0
0.550	0.1681	0.7212	0.1412	0.7659	0.1121	0.8106	0.0772	0.8553	0	0
0.575	0.1656	0.7108	0.1389	0.7581	0.1100	0.8054	0.0756	0.8527	0	0
0.600	0.1633	0.7004	0.1366	0.7503	0.1080	0.8002	0.0741	0.8501	0	0
0.625	0.1612	0.6900	0.1346	0.7425	0.1062	0.7950	0.0727	0.8475	0	0
0.650	0.1593	0.6796	0.1327	0.7347	0.1045	0.7898	0.0714	0.8449	0	0
0.655	0.1589	0.6774	0.1323	0.7330	0.1041	0.7887	0.0712	0.8443	0	0

Esempio di progetto di sezione rettangolare a flessione semplice

lunghezza campate: L_1= 4.2 ml;

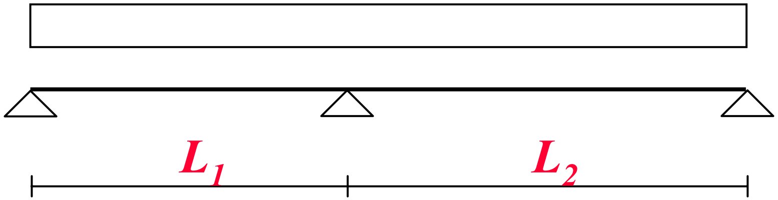
L_2 = 5.3 ml;

base: b = 40 cm;

carico permanente: g_k = 4200 kg/m

carico accidentale: q_k = 2080 kg/m

- calcestruzzo: R_{ck} = 250 kg/cm^2
- acciaio: FeB38k



progetto dell'altezza h della sezione e dell'armatura

Amplificando i carichi caratteristici secondo i coefficienti parziali di sicurezza γg = 1.4 e γq = 1.5, si ottiene il carico di progetto:

$$q_d = 1.4 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k = 1.4 \cdot 4200 + 1.5 \cdot 2080 = 9000 \ \text{kg/m}$$

Il momento massimo lungo la trave si ha in corrispondenza dell'appoggio intermedio e vale:

$$M_{B,d} = -\frac{1}{8} \cdot \frac{q_d (L_1^3 + L_2^3)}{L_1 + L_2} = -26404 \ \text{kgm}$$

Si esegue il progetto tabellare dell'altezza della sezione. La resistenza di progetto ridotta per calcestruzzo di classe *Rck* = 250 kg/cm2 risulta essere

$$f'_{cd} = \frac{0.85 \cdot 0.83 \cdot 250}{1.6} = 110 \ \text{kg/cm}^2$$

Adottando, in fase di dimensionamento un asse neutro di progetto ξ = 0.25, che assicura buoni requisiti di duttilità, dalla tabella di progetto allo s.l.u. per sezione rettangolare a semplice armatura relativa ad

$$f'_{cd} = 110 \ \text{kg/cm}^2 \qquad f_{sd} = 3800/1.15 = 3304 \ \text{kg/cm}^2 \qquad d'/h = 0.05$$

si ricavano i valori dei coefficiente r_u *e* ζ:

$$r_u \ (f'_{cd} = 110, \ d'/h = 0.05, \ f_{sd} = 3304, \ \rho = 0) = 0.2302$$

$$\zeta(f'_{cd} = 110, \ d'/h = 0.05, \ f_{sd} = 3304, \ \rho = 0) = 0.846$$

e quindi l'altezza minima della sezione:

$$h = r_u \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b}} = 0.2302 \cdot \sqrt{\frac{26404}{0.40}} = 59.14 \ \text{cm}$$

ξ	r_u	***h***[cm]
0.15	0.3239	83.22
0.20	0.2635	67.70
0.25	0.2302	59.14
0.30	0.2128	54.67
0.35	0.1995	51.25

L'armatura minima richiesta risulta:

$$A_s = \frac{M_u}{\zeta \cdot h \cdot f_{sd}} = \frac{2640400}{0.846 \cdot 60 \cdot 3304} = 15.74\ cm^2$$

Per confronto si esegue il progetto della sezione secondo il metodo delle tensioni ammissibili. In questo caso si considerano direttamente i carichi caratteristici:

$$q = g_k + q_k = 4200 + 2080 = 6280\ \text{kg/m}$$

per cui il momento massimo in corrispondenza dell'appoggio B vale:

$$M_B = \frac{1}{8} \cdot \frac{6280 \cdot (4.2^3 + 5.3^3)}{4.2 + 5.3} = 18424\ \text{kgm}$$

La *tensione ammissibile* per *Rck* = 250 kg/cm² vale $\overline{\sigma}_c = 85\ \text{kg/cm}^2$ **. Dalla tabella di progetto alle t.a. di sezioni rettangolari a semplice armatura si ottiene:**

$$r\,(\sigma_c = 85;\ \overline{\sigma}_s = 2200;\ d'/d = 0.05;\ n = 15) = 0.270$$

$$\zeta'(\sigma_c = 85;\ \overline{\sigma}_s = 2200;\ d'/d = 0.05;\ n = 15) = 0.878$$

da cui risulta

$$d = r \cdot \sqrt{\frac{M_B}{b}} = 0.270 \cdot \sqrt{\frac{18424}{0.40}} = 58 \text{ cm} \qquad h = d + d' = 58 + 3 = 61 \text{ cm}$$

Assumendo per l'altezza della sezione *h* = 65 cm (lievemente superiore al valore ottenuto dal progetto agli s.l. con ξ = 0.25) si ottiene la seguente armatura di progetto:

$$A_s = \frac{M}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{sd}} = \frac{1842400}{0.878 \cdot 62 \cdot 2200} = 15.38 \; cm^2$$

La soluzione è sostanzialmente identica a quella ottenuta agli s.l.u.. Tuttavia con il progetto agli s.l.u. sono possibili molte altre soluzioni con altezze variabili tra 51 ed 83 cm, pur con asse neutro in zona duttile (0.15≤ ξ ≤ 0.35).

Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione rettangolare

Il problema del progetto dell'altezza e dell'armatura può essere condotto in analogia al caso del metodo delle tensioni ammissibili, determinando diagrammi che legano le variabili 1/ν_u ed *e*/*h*, essendo *e* l'eccentricità fornita dal rapporto M_{uG}/N_u.

$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u$$

Traslazione

$$\psi \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{2} - \lambda \cdot \xi \right) + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) - \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) = \mu_{uG}$$

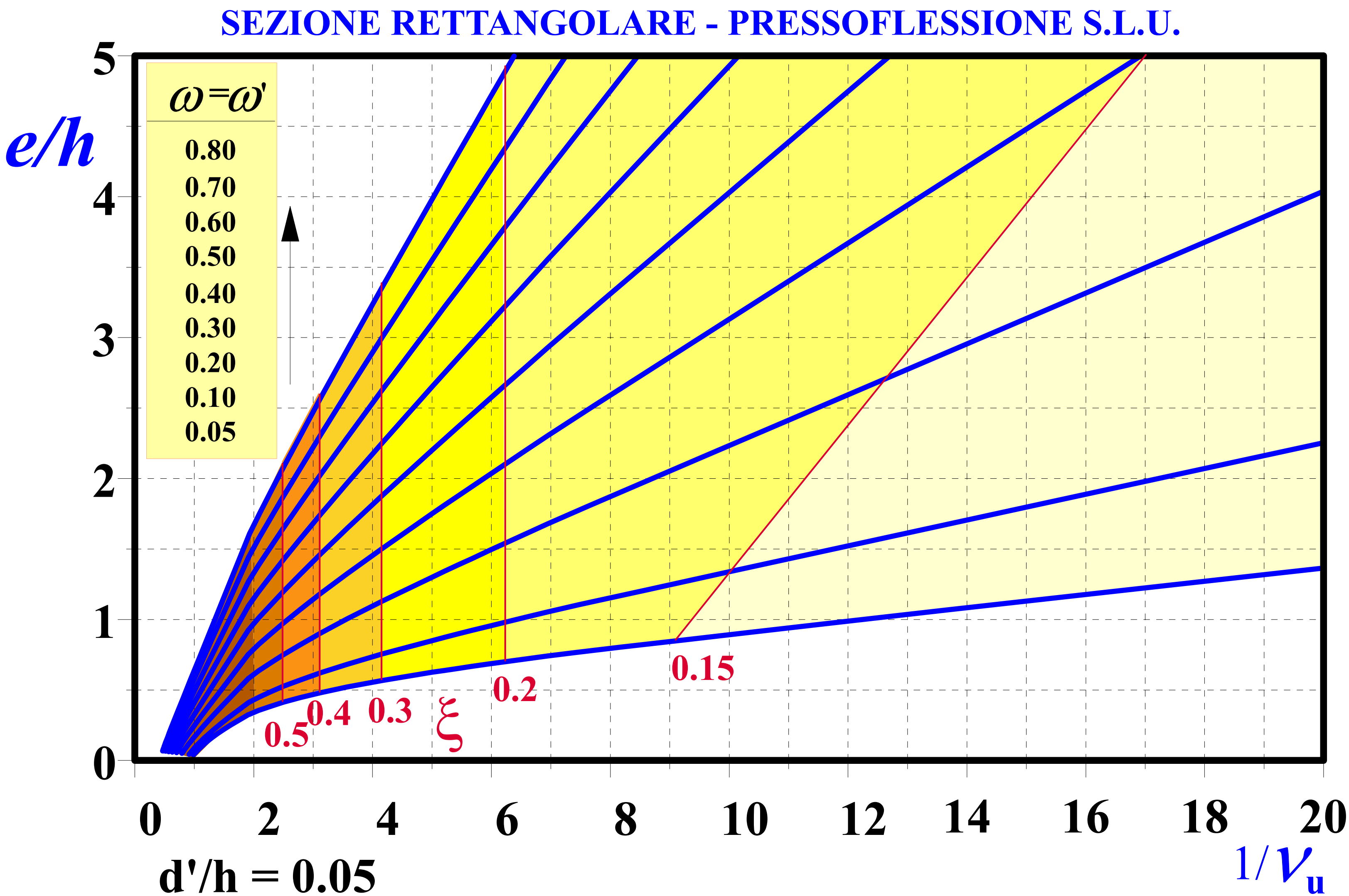
Rotazione intorno al baricentro

Si ottiene:

$$\frac{1}{\nu_u} = \frac{1}{\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \left(\sigma'_s / f_{sd} \right) + \omega \cdot \left(\sigma_s / f_{sd} \right)}$$

$$\frac{\mu_{uG}}{\nu_u} = \frac{e}{h} = \frac{\psi \cdot \xi \cdot \left[(1/2) - \lambda \cdot \xi \right] + \omega' \cdot \left(\sigma'_s / f_{sd} \right) \cdot \left[(1/2) - \delta' \right] - \omega \cdot \left(\sigma_s / f_{sd} \right) \cdot \left[(1/2) - \delta' \right]}{\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \left(\sigma'_s / f_{sd} \right) + \omega \cdot \left(\sigma_s / f_{sd} \right)}$$

Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione rettangolare



Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione rettangolare

Progetto della sezione (b, h)

Fissata le percentuali delle armature superiore ed inferiore (uguali negli abachi forniti), e note le sollecitazioni, si impone un valore di progetto del carico assiale limite, che dipende essenzialmente dalla duttilità che si intende conferire all'elemento progettato; sulle curve ($1/\nu_u$, e/h) relative alle prefissate percentuali ω ed ω' si leggono i valori di $\eta = e/h$ corrispondenti; essendo nota la eccentricità di progetto e, si possono ricavare l'altezza h e la base b della sezione mediante le relazioni:

$$h = \frac{e}{\eta} \quad , \quad b = \frac{N_u}{\nu_u \cdot h \cdot f_{cd}} \qquad A_s = A'_s = \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

Progetto delle armature

Fissate la geometria della sezione e le caratteristiche dei materiali e note le sollecitazioni, si calcolano preliminarmente i valori adimensionali e/h e νu; negli abachi il punto di coordinate ($1/\nu_u$, e/h) permette per interpolazione di determinare il valore di progetto delle armature richieste.

Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione rettangolare

Verifica della sezione

Note la geometria della sezione, la quantità di armature, le caratteristiche dei materiali e le sollecitazioni, si calcola il valore del parametro adimensionale ν*u*; assumendo lo stesso come valore ultimo ν*u*, dalla coordinata 1/ν*u* e per interpolazione tra le curve corrispondenti ai due valori delle percentuali di armatura comprendenti quella effettiva, si determina il valore di *e*/*h* e quindi della eccentricità corrispondente al momento ultimo. La verifica pertanto si ottiene controllando il soddisfacimento della relazione:

$$M_d < M_u = N_u \cdot \eta \cdot h = N_u \cdot e$$

Esempio di progetto di sezione rettangolare a pressoflessione

Si progetti agli s.l.u. una sezione rettangolare soggetta in condizioni di esercizio alle seguenti sollecitazioni di calcolo:

$$M_d = 2290500 \text{ kgcm} \qquad N_d = 72588 \text{ kg}$$

I materiali da utilizzare sono calcestruzzo di classe Rck = 250 kg/cm² ed acciaio tipo FeB38k.

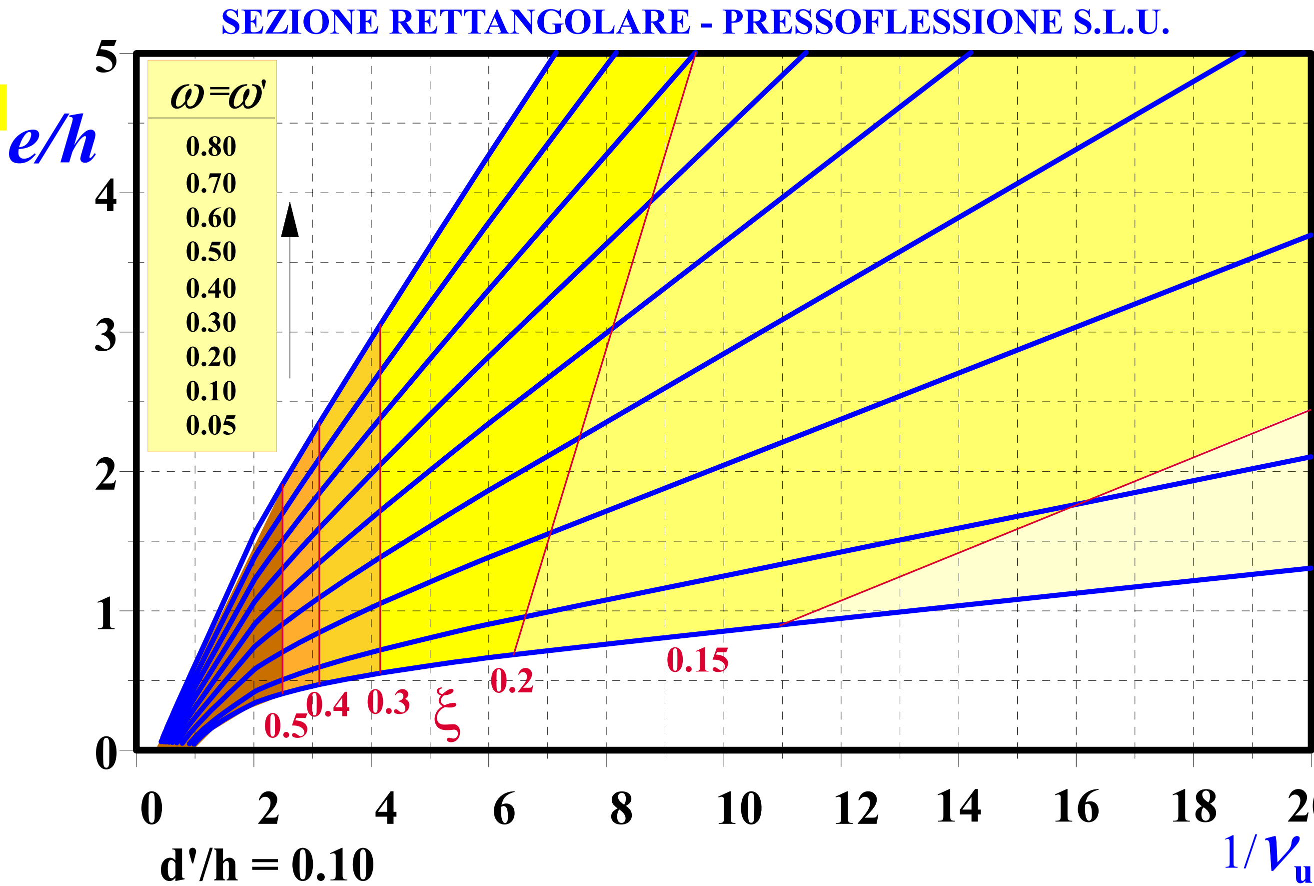
Per il progetto della sezione mediante gli abachi, si calcola preventivamente l'eccentricità del carico:

$$e_d = \frac{M_d}{N_d} = \frac{2290500}{72588} = 31.55 \text{ cm}$$

Fissando il valore di ξ=0.4 (generalmente compreso tra 0.2-0.45 che corrisponde all'incirca alle zone 2"-3), dall'equazione di equilibrio alla traslazione scritta in forma adimensionale, si ottiene un valore di progetto di $\nu_{u:}$:

$$\psi \cdot \xi + \omega' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{sd}} + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{sd}} = \nu_u \Rightarrow \psi \cdot \xi = \nu_u \Rightarrow \frac{1}{\nu_u} = \frac{1}{\psi \cdot \xi} = \frac{1}{0.8 \cdot 0.4} = 3.125$$

Fissando il valore di ω=ω'=0.10 e d'/h=0.10 dall'abaco si ottiene e/h:



$$\frac{1}{\nu_u} = 3.125$$

$$\eta = e/h = 0.63$$

$$h = \frac{e_d}{\eta} = \frac{31.55}{0.63} = 50.0$$

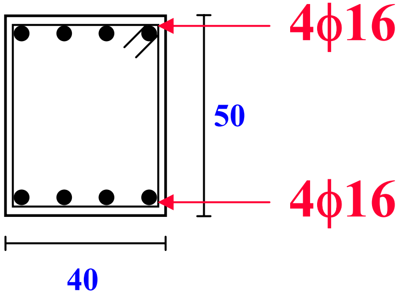
$$b = \frac{N_u}{\nu_u \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{72588}{0.32 \cdot 50 \cdot 110} = 41.2\,\text{cm}$$

$$A_s = A_s' = \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}} = \frac{0.10 \cdot 40 \cdot 50 \cdot 110}{3304} = 6.65\,cm^2$$

Esempio di verifica di sezione rettangolare a pressoflessione

Verifica agli s.l.u. di una sezione rettangolare soggetta in condizioni di esercizio alle seguenti sollecitazioni di calcolo:

$$N_d = 72588 \text{ kg} \qquad M_d = 2290500 \text{ kgcm}$$



I materiali utilizzati sono calcestruzzo di classe Rck = 250 kg/cm² ed acciaio tipo FeB38k.

Le resistenze di calcolo del calcestruzzo di classe *Rck* = 250 kg/cm2 e per l'acciaio FeB38k risultano:

$$f'_{cd} = \frac{0.85 \cdot 0.83 \cdot 250}{1.6} = 110 \text{ kg/cm}^2 \qquad f_{sd} = 3800/1.15 = 3304 \text{ kg/cm}^2$$

A <u>*VERIFICA MEDIANTE GLI ABACHI*</u>

Per effettuare la verifica mediante l'abaco occorre preventivamente calcolare $1/\nu_u$ e $\omega=\omega'$:

$$\nu_u = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \frac{72588}{40 \cdot 50 \cdot 110} = 0.33 \quad \Rightarrow \quad 1/\nu_u = \frac{1}{0.33} = 3.03 \quad \omega = \omega' = \frac{8.04 \cdot 3304}{40 \cdot 50 \cdot 110} = 0.12$$

Dall'abaco si legge:

$$\eta = e / h = \frac{M_u}{N_u h} = 0.65 \quad \Rightarrow \quad M_u = N_u \cdot \eta \cdot h = 72588 \cdot 0.65 \cdot 50 = 2359110$$

La verifica è soddisfatta risultando:

$$M_d = 2290500 < M_u = 2359110$$

B *VERIFICA ANALITICA*

Per la determinazione della posizione dell'asse neutro, si supponga inizialmente di essere nella zona in cui le armature sono entrambe snervate. L'equazione di equilibrio alla traslazione diventa

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot f_{sd} - A_s \cdot f_{sd} = N_u = 72588$$

cui segue:

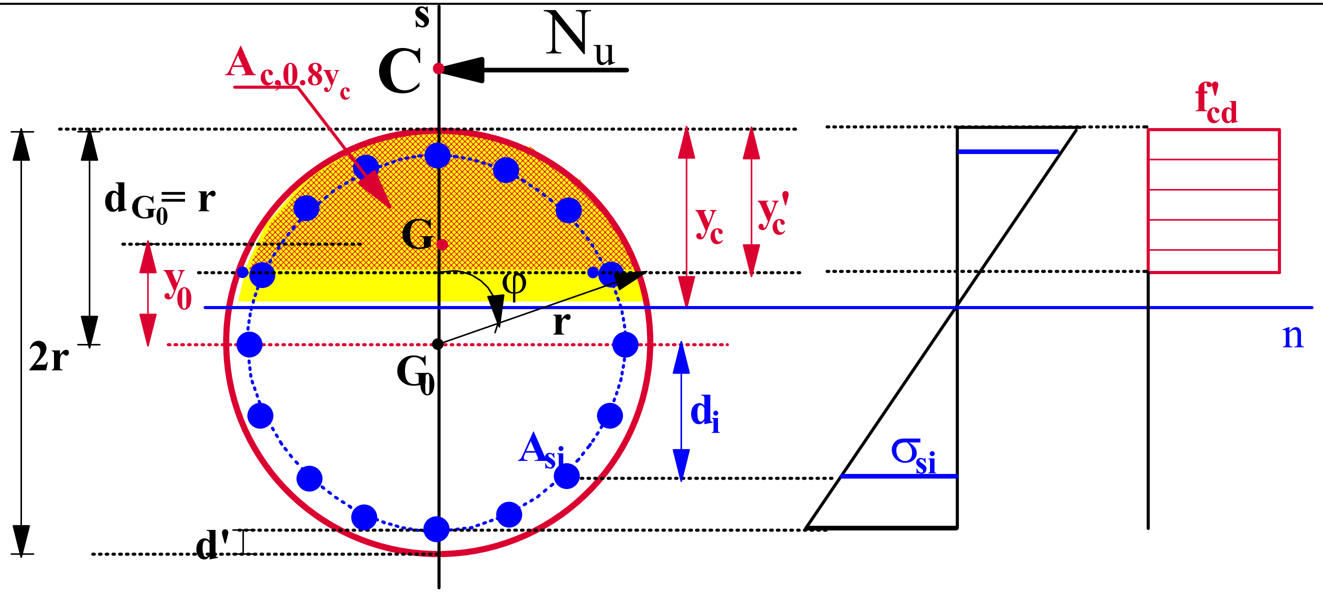
$$y_c = \frac{N_u}{0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}} = \frac{72588}{0.8 \cdot 40 \cdot 110} = 20.62 \text{ cm}$$

Essendo l'asse neutro nella zona 3 (11.75 ≤ 20.62 ≤ 32.42) segue:

$$M_u = 0.8 \cdot 20.62 \cdot 40 \cdot 110 \cdot (25 - 0.4 \cdot 20.62) + 8.04 \cdot 3304 \cdot (25 - 3) \cdot 2 =$$

$$= 2384723 \text{ kgcm} \quad \text{(poco diverso da 2359110 per via grafica)}$$

La sezione circolare:verifica e progetto



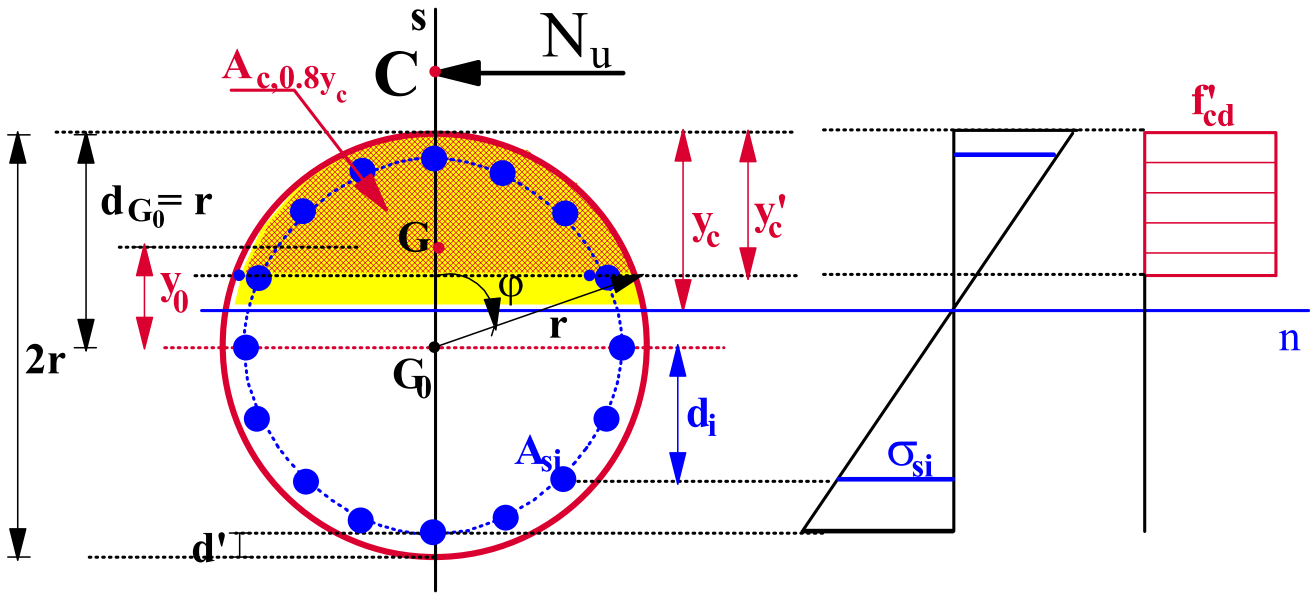
Se si adotta per la valutazione del contributo statico del calcestruzzo l'ipotesi semplificativa dello Stress-Block, il diagramma delle deformazioni al variare della posizione dell'asse neutro serve esclusivamente a valutare il contributo delle barre di armatura, in quanto quello del calcestruzzo è definito dal prodotto dell'area A'_c al di sopra della corda posta a 0.8 y_c dal bordo compresso per la tensione di progetto $f'_{cd} = 0.80 \cdot f_{cd}$

$$f'_{cd} = \alpha \cdot f_{cd} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \alpha \frac{0.83 \cdot R_{ck}}{1.5}$$

$\alpha = 0.85$

$\alpha = 0.80$ **nel caso di STRESS BLOCK con sezione di larghezza crescente dalla fibra maggiormente compressa verso l'asse neutro**

La sezione circolare:verifica e progetto



Determinazione della posizione dell'asse neutro

$$F(y_c) = A'_c \cdot f'_{cd} + \sum_i A_{si} \cdot \sigma_{si} - N_u = 0 \qquad [f'_{cd} = 0.80 \cdot f_{cd}]$$

$$\varphi = arccos\left(1 - \frac{y'_c}{r}\right)$$

con φ l'angolo relativo alla corda per $y'_c = 0.8 \cdot y_c$

il contributo statico del calcestruzzo si scrive

$$N_c = (\varphi - sen\,\varphi \cdot cos\,\varphi) \cdot r^2 \cdot f'_{cd} = A'_c \cdot f'_{cd}$$

La sezione circolare:verifica e progetto

Determinazione della posizione dell'asse neutro

$$F(y_c) = A'_c \cdot f'_{cd} + \sum_i A_{si} \cdot \sigma_{si} - N_u = 0 \qquad [f'_{cd} = 0.80 \cdot f_{cd}]$$

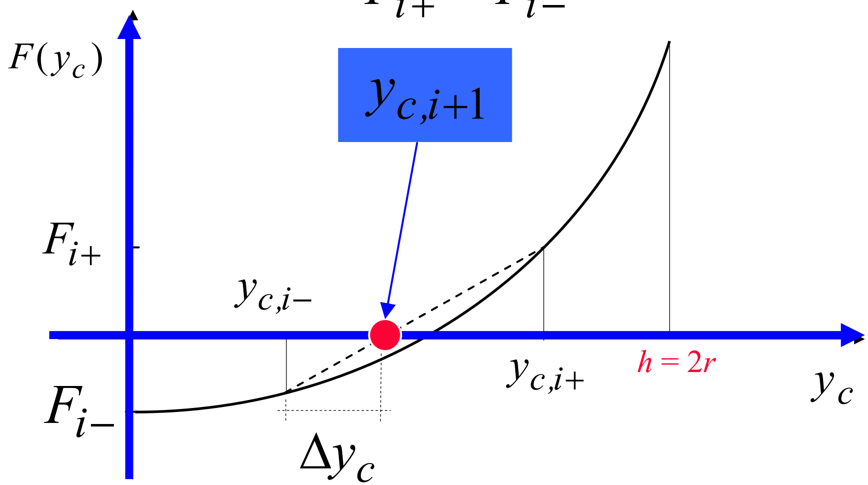
Da un punto di vista operativo, si osserva che la F(y_c) è una funzione crescente della posizione dell'asse neutro y_c con valore negativo per *yc* = 0 e positivo per *yc* = ∞, se *Nu* è minore del carico massimo sopportabile dalla sezione con eccentricità nulla. Pertanto, individuate due posizioni dell'asse neutro cui corrispondono valori di segno opposto della F(y_c), la posizione dell'asse neutro in una iterazione successiva si ottiene costruendo una curva di errore che consente una rapida convergenza verso la soluzione esatta.

$$y_{c,i+1} = y_{c,i-} - \frac{y_{c,i+} - y_{c,i-}}{F_{i+} - F_{i-}} \cdot F_{i-} = y_{c,i+} - \frac{y_{c,i+} - y_{c,i-}}{F_{i+} - F_{i-}} \cdot F_{i+}$$

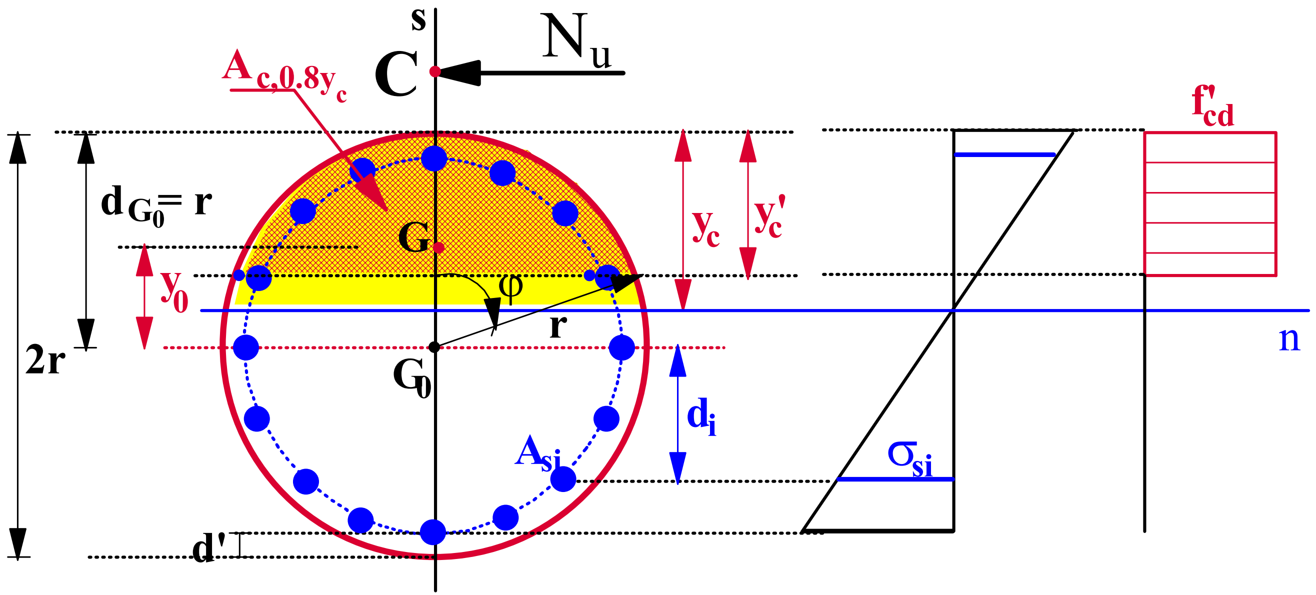
L'arresto del procedimento iterativo è regolato dalla disequazione

$$\left| \frac{F(y_c)}{\pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd} + A_s \cdot f_{sd}} \right| < \varepsilon_F$$

con ε_F errore ammesso (per esempio ε_F = 1/1000).



La sezione circolare:verifica e progetto



Determinazione del momento ultimo

$$M_{uG} = M_{cG} + \sum_i A_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot d_i$$

dove il contributo del calcestruzzo si ottiene dalla seguente relazione:

$$M_{cG} = N_c \cdot y_0 = N_c \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{r \cdot sen^3 \varphi}{2\varphi - sen\, 2\varphi} \right)$$

La sezione circolare:progetto con abachi

Adimensionalizzazione

$$\nu_u = \frac{N_u}{\pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd}} \qquad \mu_{u,G} = \frac{M_{u,G}}{2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot f'_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{\pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd}}$$

$$\xi = y_c/(2\mathrm{r}) \quad ; \quad \delta' = d'/(2r) \quad ; \quad d/h = \frac{2r - d'}{2r} = 1 - \delta'$$

Ad esempio, introducendo le quantità adimensionali nell'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$\frac{A'_c \cdot f'_{cd}}{\pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si} \cdot \sigma_{si}}{\pi \cdot r^2 f'_{cd}} = \frac{N_u}{\pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd}} = \nu_u$$

Le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione diventano:

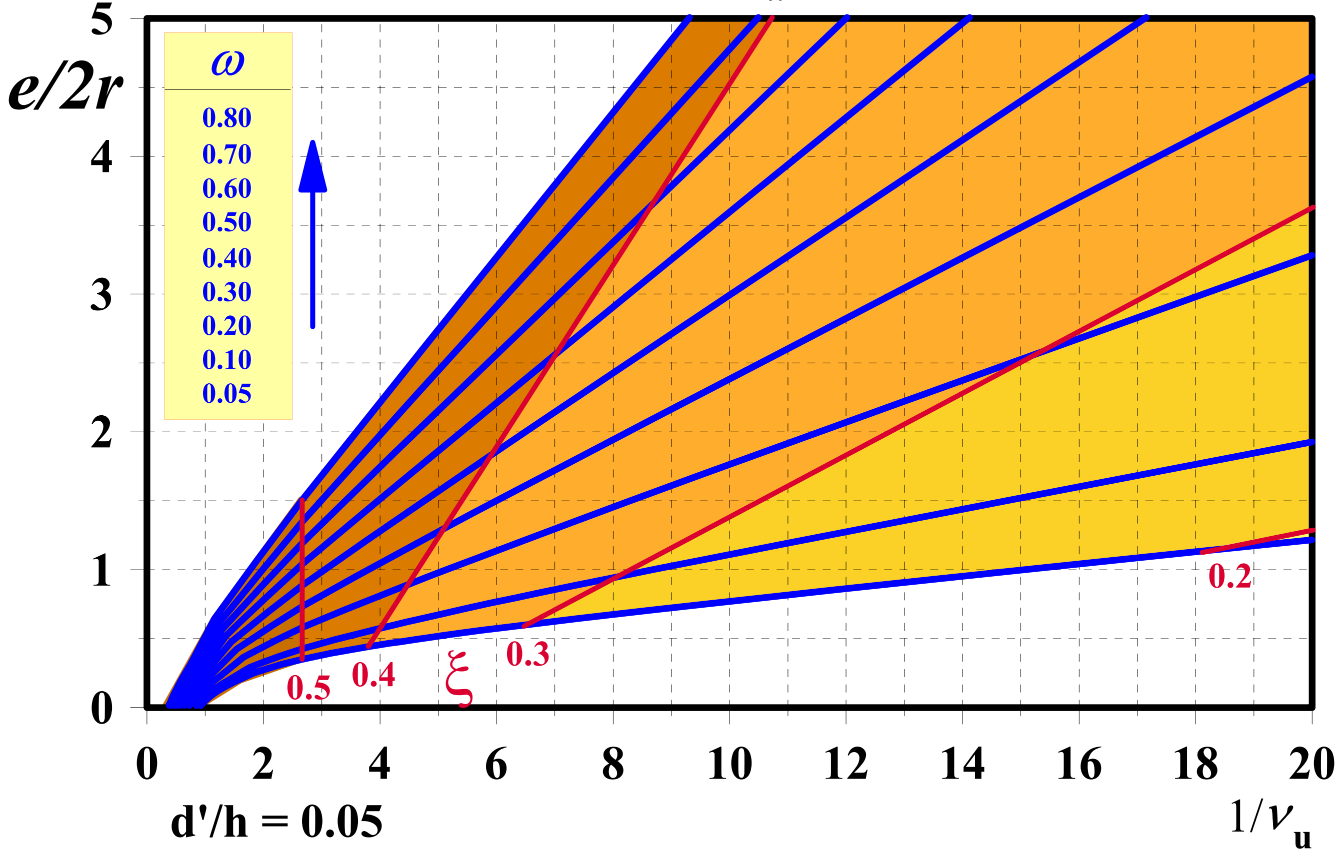
$$\frac{A'_c}{\pi \cdot r^2} + \frac{\omega}{n_s} \cdot \sum_i \frac{\sigma_{si}}{f_{sd}} = \nu_u$$

$$\frac{M_{uG}}{2\,\pi \cdot r^3 \cdot f'_{cd}} = \frac{M_{cG}}{2\,\pi \cdot r^3 \cdot f'_{cd}} + \frac{\omega}{n_s} \sum_i \frac{\sigma_{si}\; d_i}{2 \cdot \pi \cdot f_{sd}} = \mu_{uG}$$

La sezione circolare:progetto con abachi

Il problema del progetto dell'altezza e dell'armatura può essere condotto in analogia al caso del metodo delle tensioni ammissibili, determinando diagrammi che legano le variabili 1/ν_u ed *e*/(2r), essendo *e* l'eccentricità fornita dal rapporto M_{uG}/N_u.

$$\frac{e}{2\,r}=\frac{M_{u_G}/N_u}{2\,r}=\frac{\mu_{u_G}}{\nu_u}$$



Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione circolare

***Progetto della sezione* (r)**

Fissata la percentuale geometrica complessiva di armatura e note le sollecitazioni, si impone un valore di progetto del carico assiale limite, che dipende essenzialmente dalla duttilità che si intende conferire all'elemento progettato; sulla curva (1/ν*u*, *e*/2r) relativa alla prefissata percentuale ω si legge il valore di η = *e*/2r corrispondente; essendo nota la eccentricità di progetto *e*, si può ricavare il raggio *r* della sezione, nonché l'armatura, mediante le relazioni:

$$r = \frac{e}{2 \cdot \eta} \qquad A_s = \frac{\omega \cdot \pi \cdot r^2 \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

Progetto delle armature

Fissate la geometria della sezione e le caratteristiche dei materiali e note le sollecitazioni, si calcolano preliminarmente i valori adimensionali *e/2r* e ν*u*; negli abachi il punto di coordinate (1/ν*u*, *e/2r*) permette per interpolazione di determinare il valore di progetto delle armature richieste.

Pressoflessione: abachi per il progetto della sezione circolare

Verifica della sezione

Note la geometria della sezione, la quantità di armature, le caratteristiche dei materiali e le sollecitazioni, si calcola il valore del parametro adimensionale ν*u*; assumendo lo stesso come valore ultimo ν*u*, dalla coordinata 1/ν*u* e per interpolazione tra le curve corrispondenti ai due valori delle percentuali di armatura comprendenti quella effettiva, si determina il valore di *e*/*2r* e quindi della eccentricità corrispondente al momento ultimo. La verifica pertanto si ottiene controllando il soddisfacimento della relazione:

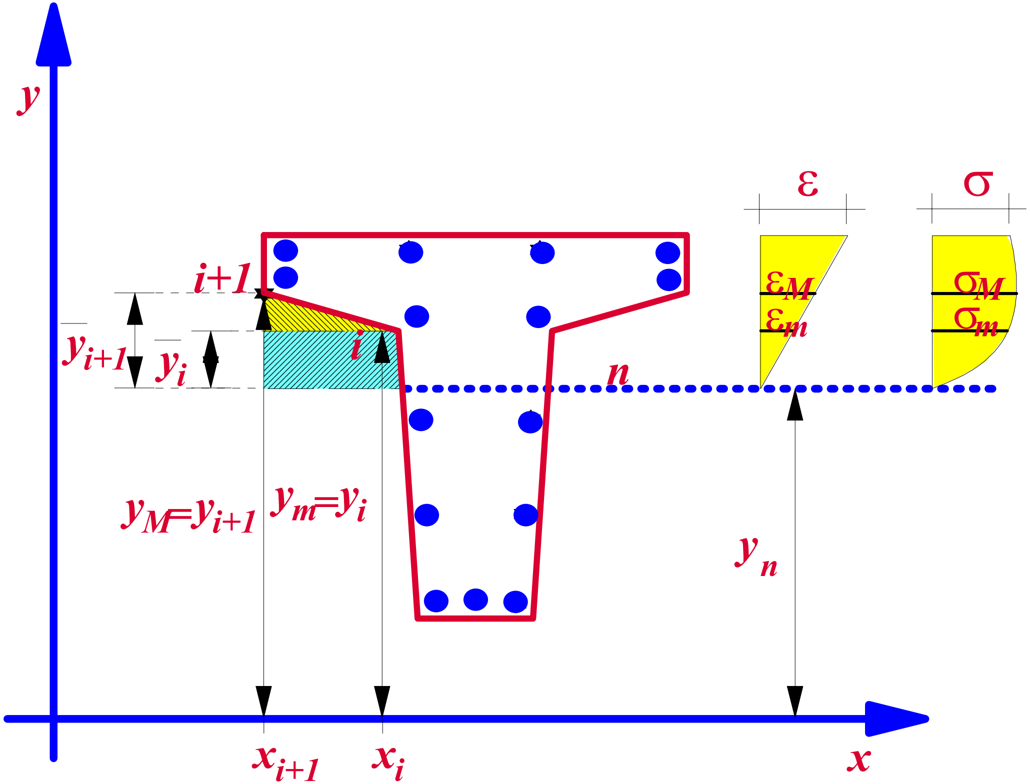
$$M_d < M_u = N_u \cdot \eta \cdot 2r = N_u \cdot e$$

La sezione generica:presso-flessione retta

A Metodo generale di tipo numerico

B Verifica con diagramma Stress-block

Metodo generale



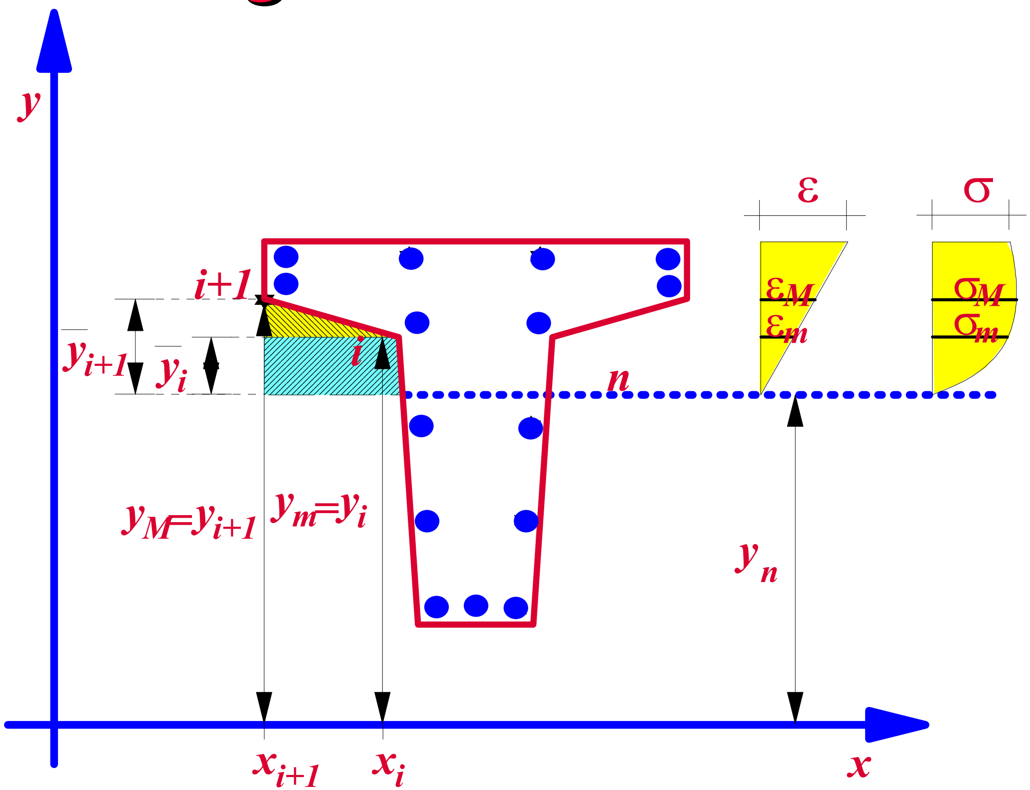
Determinazione dell'asse neutro

$$f(y_n) = (N_c + N_s) - N_u$$

$$N_s = \sum_j \left(A_{s,j} \cdot \sigma_{s,j}\right)$$

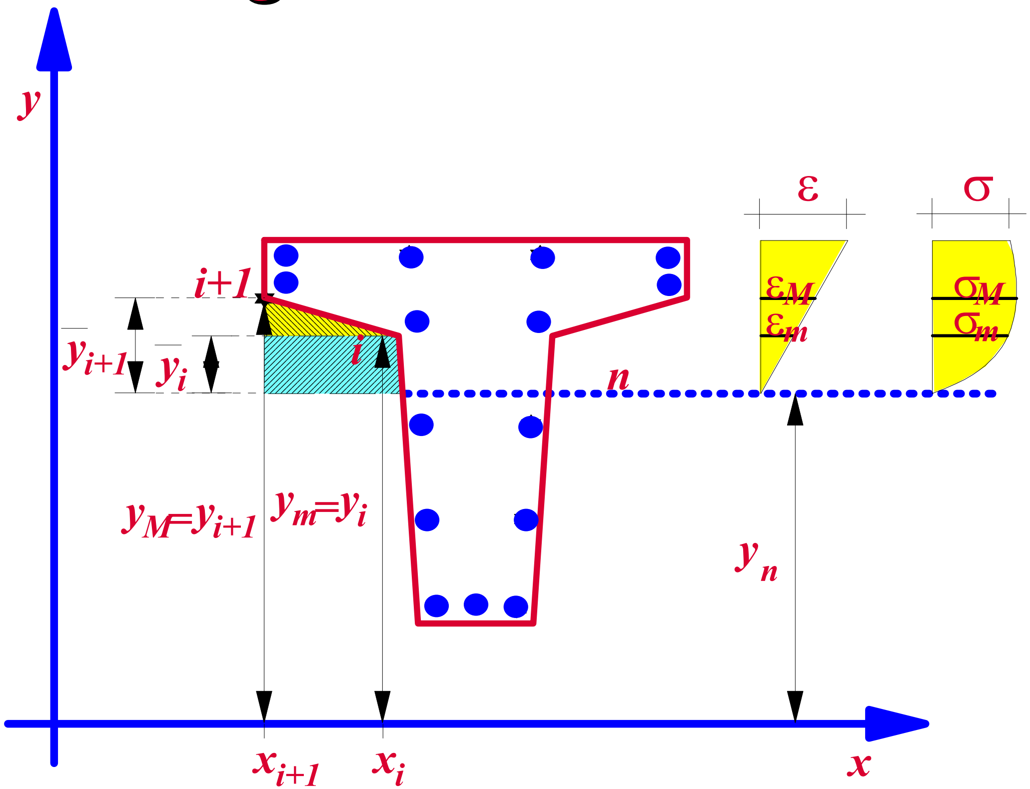
$$N_{c,i} = \int_0^{\bar{y}_M} \sigma(\bar{y}) \cdot b(\bar{y})\, d\bar{y}$$

La sezione generica:presso-flessione retta
Metodo generale numerico



$$N_s = \sum_j \left(A_{s,j} \cdot \sigma_{s,j}\right) \quad \begin{cases} \sigma_{s,j} = f_{sd} & \text{per} \quad \varepsilon_{s,j} \geq \varepsilon_{os} \\ \sigma_{s,j} = -f_{sd} & \text{per} \quad \varepsilon_{s,j} \leq -\varepsilon_{os} \\ \sigma_{s,j} = E_s \cdot \varepsilon_{s,j} & \text{per} \quad \left|\varepsilon_{s,j}\right| < \varepsilon_{os} \end{cases}$$

La sezione generica:presso-flessione retta
Metodo generale numerico

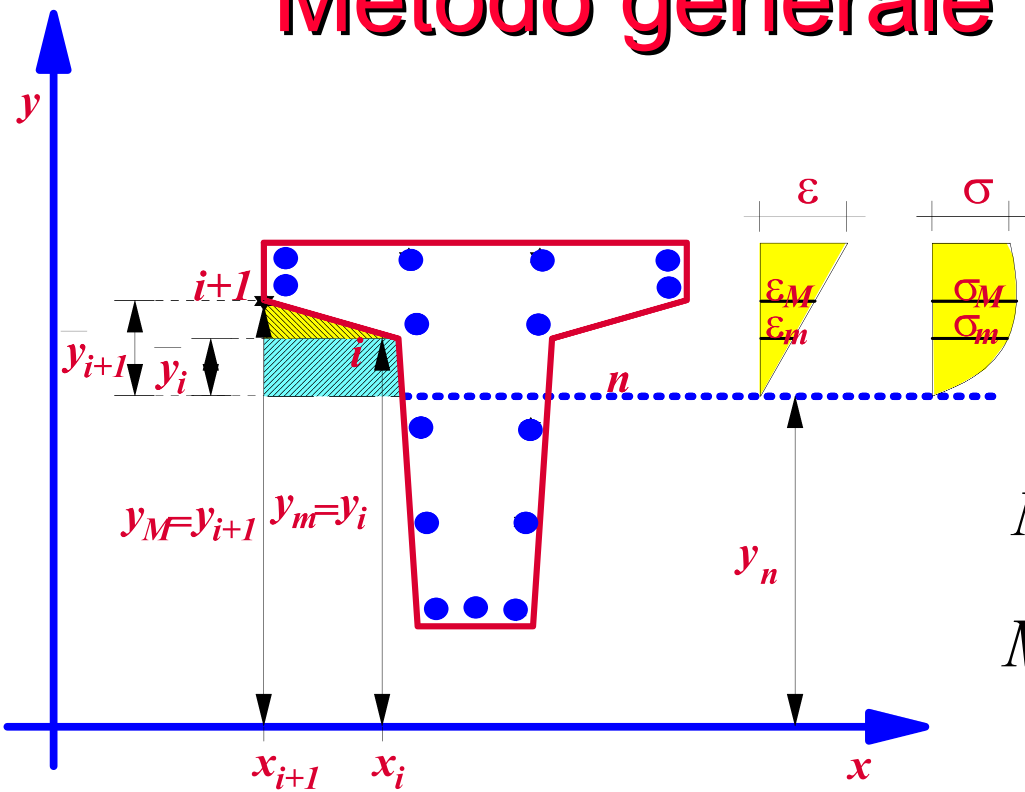


$$N_c = \sum_i \left(N_{cr,\,i} + N_{ct,\,i} \right)$$

$$N_{cr,i} = \left(x_{i+1} - x_i \right) \cdot \int_0^{\bar{y}_m} \sigma(\bar{y})\, d\bar{y}$$

$$N_{ct,i} = \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{\bar{y}_M - \bar{y}_m} \right) \cdot \int_{\bar{y}_m}^{\bar{y}_M} \sigma(\bar{y}) \cdot \left(\bar{y}_M - \bar{y} \right) d\bar{y}$$

La sezione generica: presso-flessione retta
Metodo generale numerico



Determinazione del momento ultimo

$$M_u = M_c + M_s$$

$$M_s = \sum_j \left(A_{s,j} \cdot \sigma_{s,j} \cdot y_{s,j}\right)$$

$$M_{c,i} = \int_0^{\bar{y}_M} \sigma(\bar{y}) \cdot b(\bar{y}) \cdot \bar{y}\, d\bar{y}$$

$$M_c = \sum_i \left(M_{cr,i} + M_{ct,i}\right)$$

$$M_{cr,i} = \left(x_{i+1} - x_i\right) \cdot \int_0^{\bar{y}_i} \sigma(\bar{y}) \cdot \bar{y}\, d\bar{y}$$

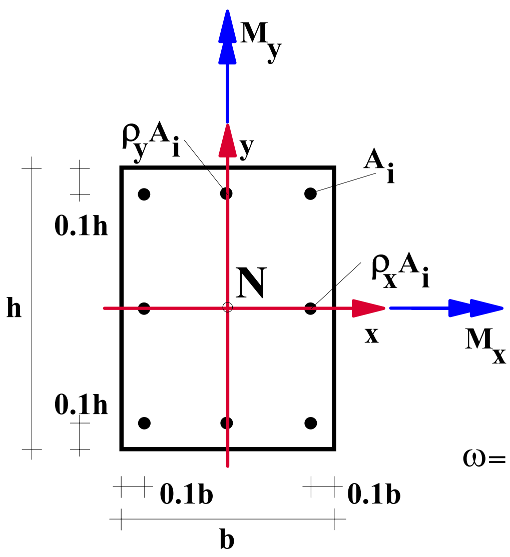
$$M_{ct,i} = \frac{x_{i+1} - x_i}{\bar{y}_M - \bar{y}_m} \cdot \int_{\bar{y}_m}^{\bar{y}_M} \sigma(\bar{y}) \cdot \left(\bar{y}_M - \bar{y}\right) \cdot \bar{y}\, d\bar{y}$$

$$\boxed{M_{u,G} = M_u + N_u \cdot \left(y_n - y_G\right)}$$

Sezione generica: presso-tenso flessione deviata

Nel caso della pressoflessione deviata sono incogniti sia la posizione che l'inclinazione dell'asse neutro. Come nel caso del metodo di verifica alle tensioni ammissibili è possibile pervenire alla soluzione del problema della verifica individuando la sezione reagente per successive approssimazioni

<u>Domini di resistenza per sezioni rettangolari</u>



Caso A: $\rho_x = \rho_y = 0$

Caso B: $\rho_x = \rho_y = 0.5$

Caso C: $\rho_x = \rho_y = 1.0$

Caso D: $\rho_x = 0.5 , \rho_y = 0$

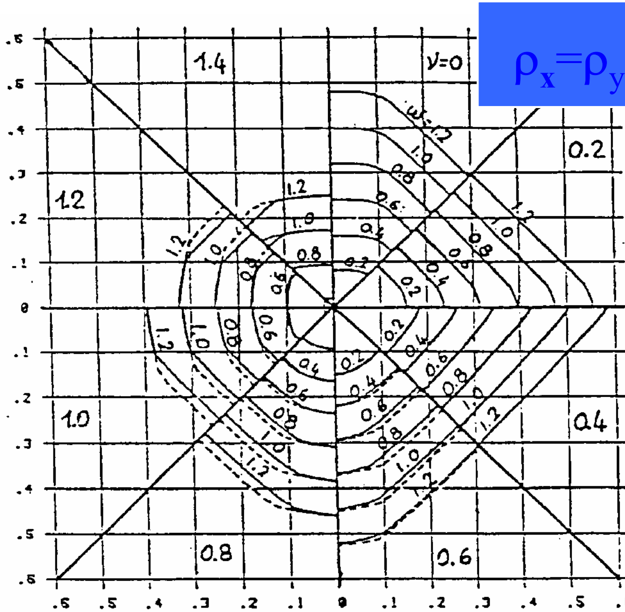
Caso E: $\rho_x = 1.0 , \rho_y = 0$

Caso F: $\rho_x = 1.0 , \rho_y = 0.5$

$$\omega = \frac{(4A_i + 2\rho_x A_i + 2\rho_y A_i)\cdot f_{yd}}{bhf_{cd}}$$

$$\mu_y = \frac{M_{uy}}{h\, b^2\, f'_{cd}}$$

$\rho_x = \rho_y = 0$

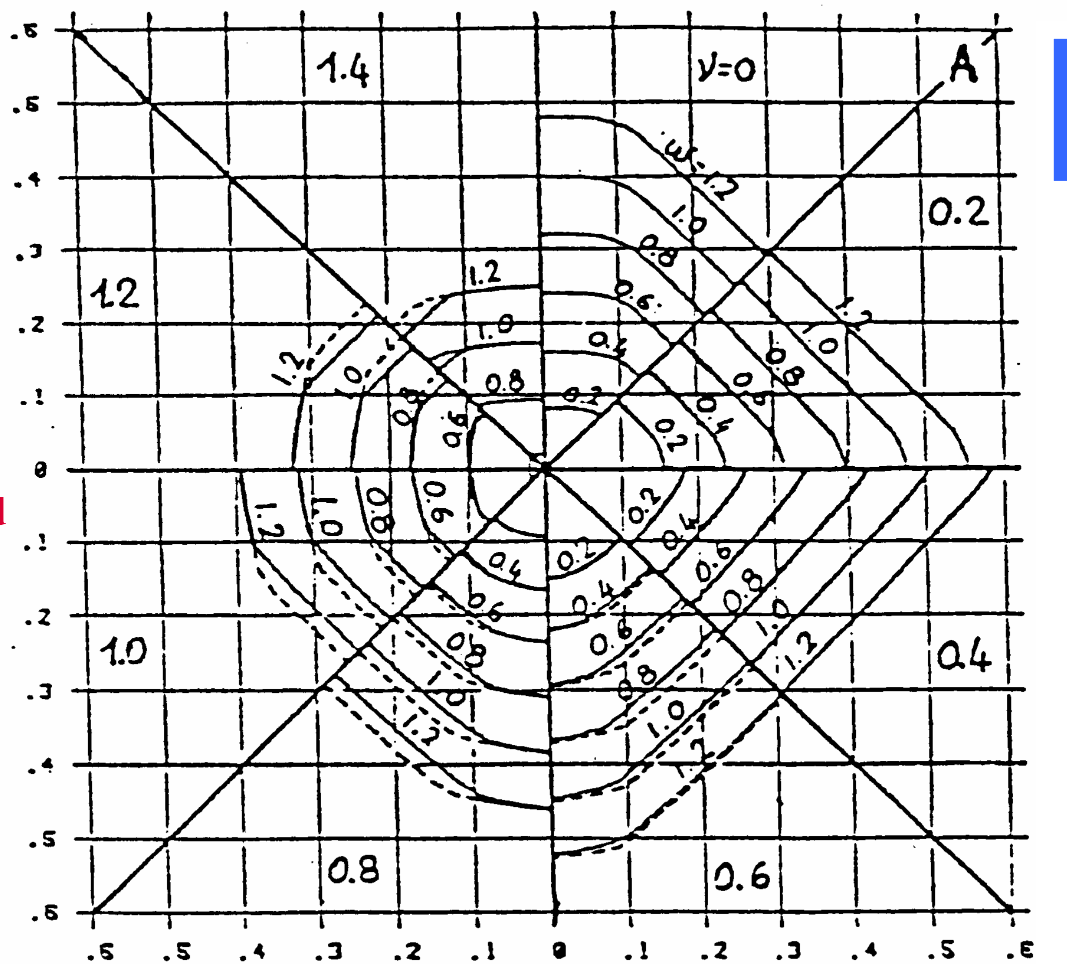


$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{b\, h^2\, f'_{cd}}$$

Sezione rettangolare: domini di resistenza per presso-tenso flessione deviata

$\rho_x = \rho_y = 0$

$$\mu_y = \frac{M_{uy}}{h\, b^2\, f'_{cd}}$$



$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{b\, h^2\, f'_{cd}}$$

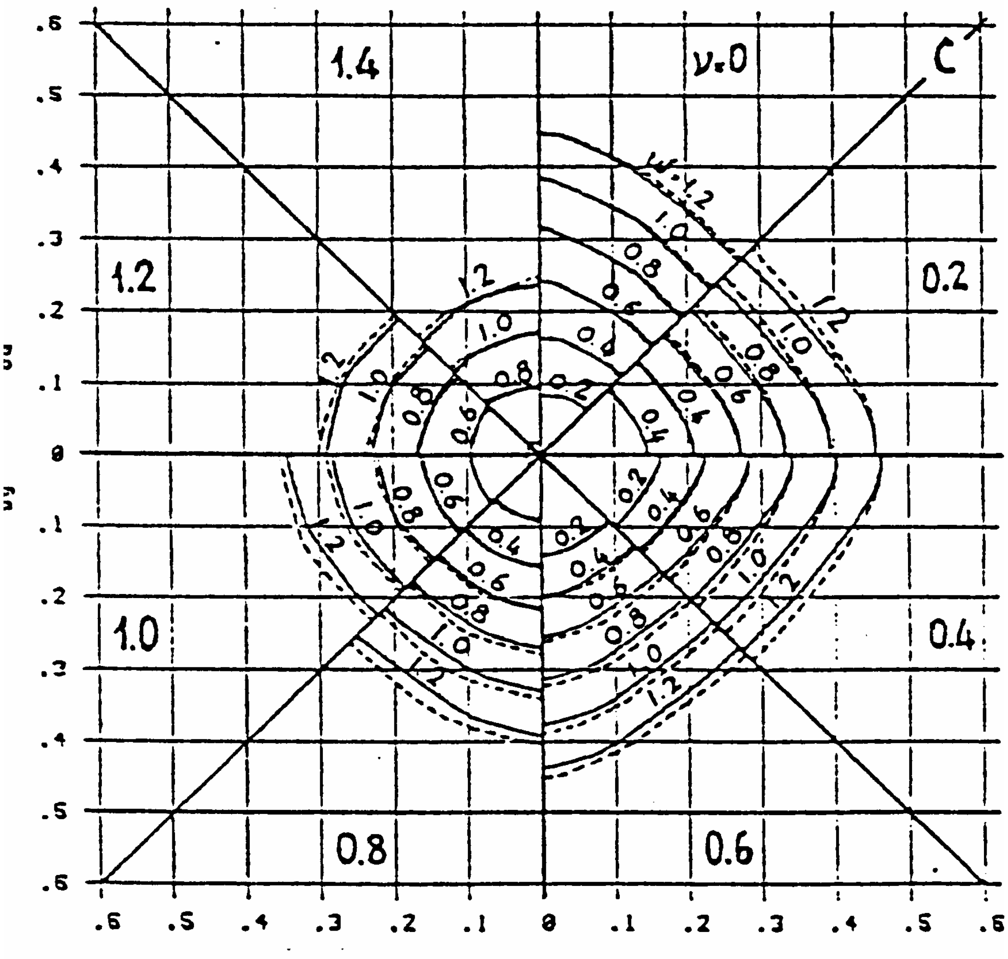
———— *R_{ck}=250 kg/cmq-FeB44k:*

.... *R_{ck}=350 kg/cmq-FeB38k:*

Sezione rettangolare: domini di resistenza per presso-tenso flessione deviata

$\rho_x=\rho_y=1$

$$\mu_y = \frac{M_{uy}}{h\, b^2\, f'_{cd}}$$



$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{b\, h^2\, f'_{cd}}$$

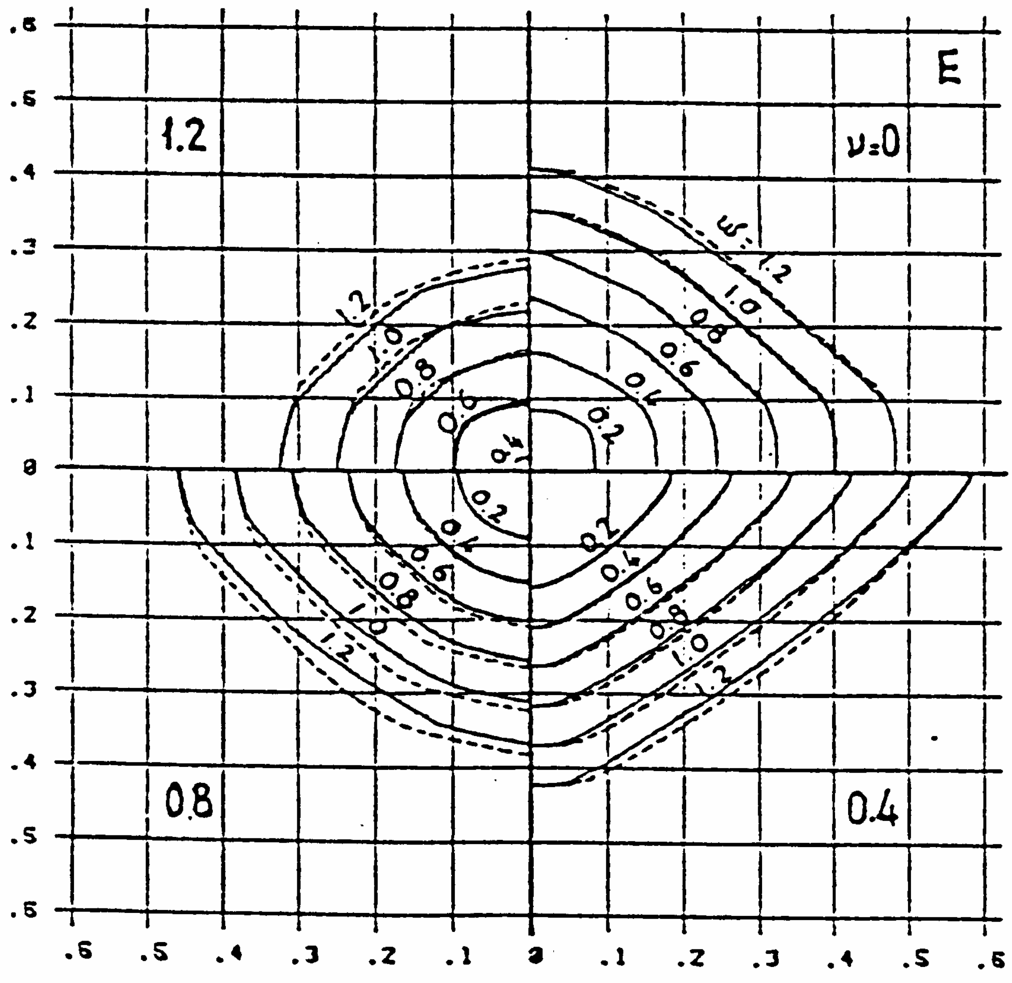
R_{ck}=250 kg/cmq-FeB44k:

R_{ck}=350 kg/cmq-FeB38k:

Sezione rettangolare: domini di resistenza per presso-tenso flessione deviata

$\rho_x = 1$
$\rho_y = 0$

$$\mu_y = \frac{M_{uy}}{h\, b^2\, f'_{cd}}$$

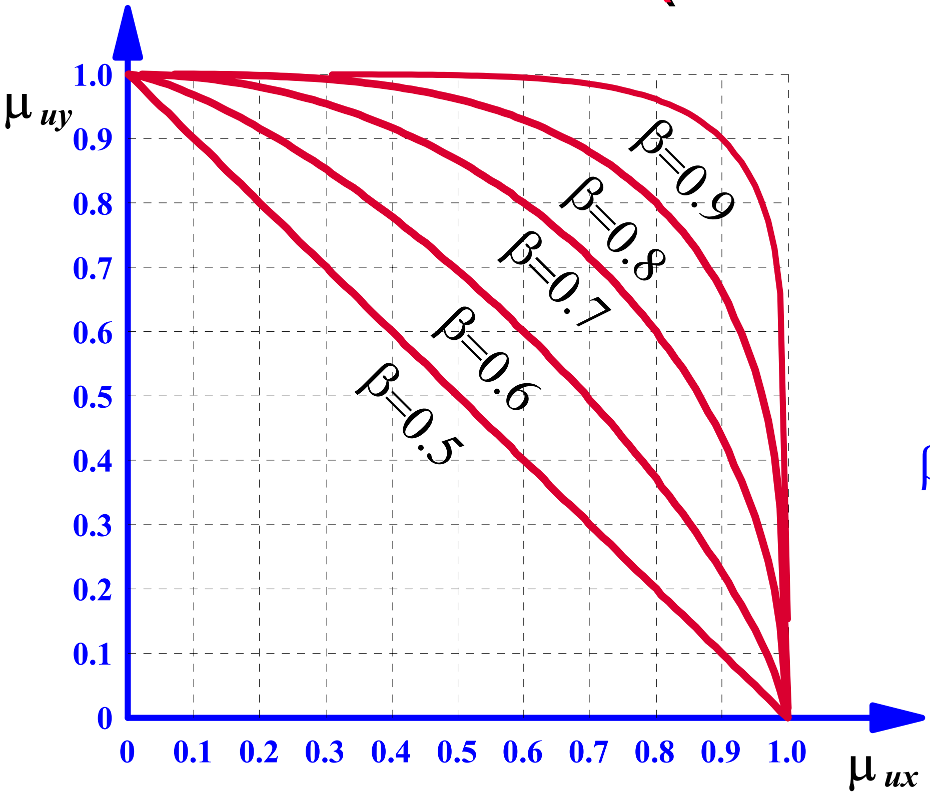


$$\mu_x = \frac{M_{ux}}{b\, h^2\, f'_{cd}}$$

R_{ck}=250 kg/cmq-FeB44k:

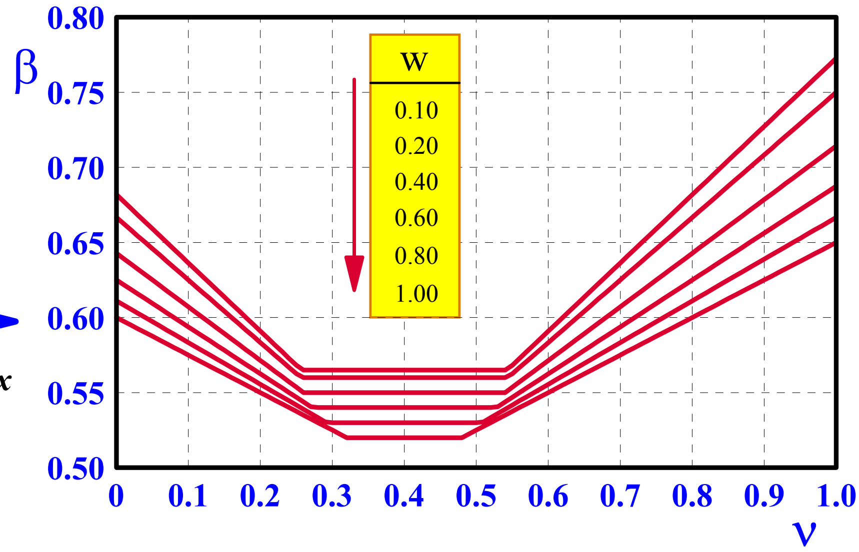
R_{ck}=350 kg/cmq-FeB38k:

Sezione rettangolare: presso-tenso flessione deviata (soluzione approssimata)



$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{uxo}}\right)^{\alpha}+\left(\frac{M_{uy}}{M_{uyo}}\right)^{\alpha}=1$$

$$\alpha = \log(0.5)/\log(\beta)$$

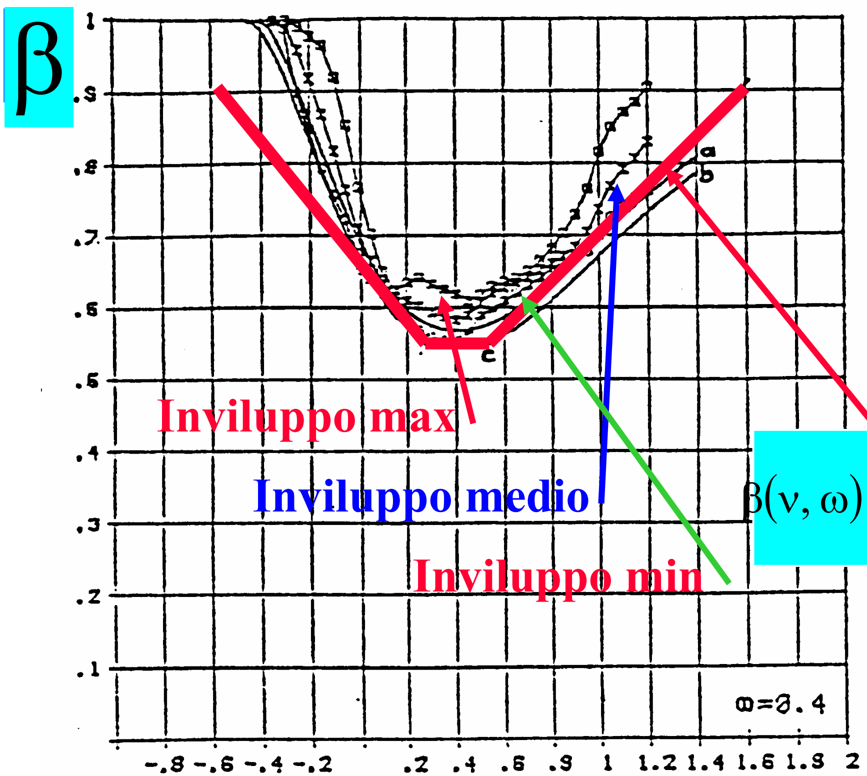


ω=percentuale meccanica di armatura complessiva della sezione

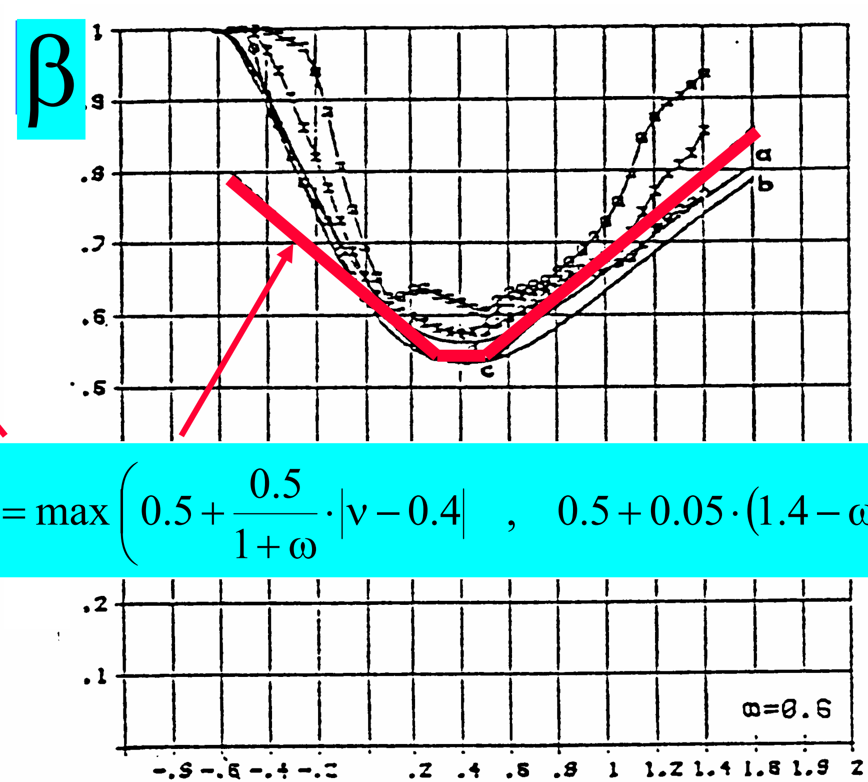
$$\beta(\nu,\omega)=\max\left(0.5+\frac{0.5}{1+\omega}\cdot|\nu-0.4| \quad , \quad 0.5+0.05\cdot(1.4-\omega)\right)$$

Sezione rettangolare: presso-tenso flessione deviata (soluzione approssimata)

Confronto analisi parametrica-espressione approssimata



$$\nu_u = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}}$$

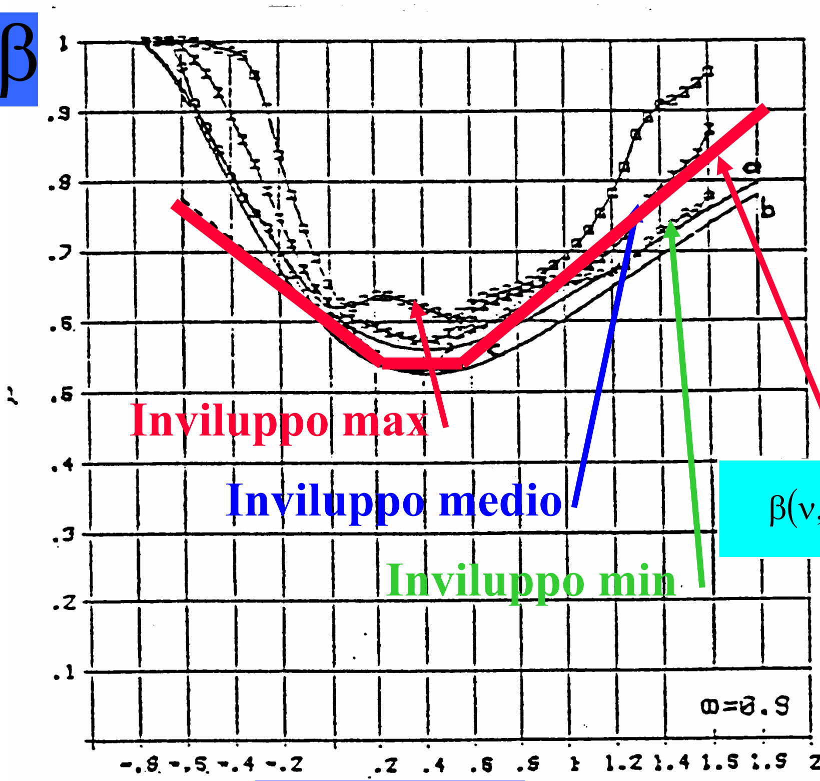


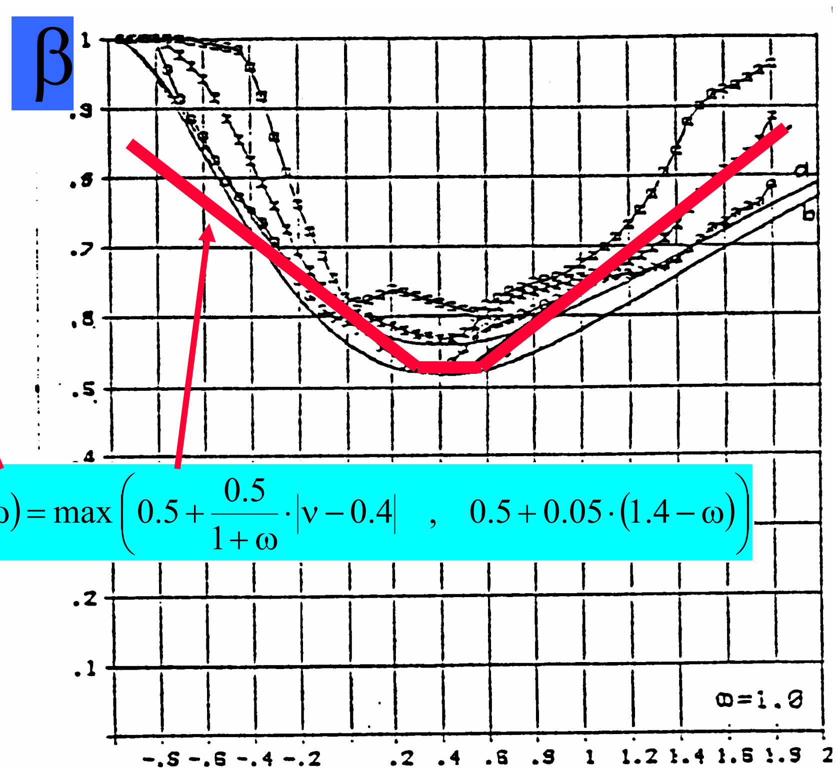
$$\beta(\nu,\omega) = \max\left(0.5 + \frac{0.5}{1+\omega}\cdot|\nu - 0.4| \quad , \quad 0.5 + 0.05\cdot(1.4-\omega)\right)$$

$$\nu_u = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}}$$

Sezione rettangolare: presso-tenso flessione deviata (soluzione approssimata)

Confronto analisi parametrica-espressione approssimata





$$\beta(\nu,\omega) = \max\left(0.5 + \frac{0.5}{1+\omega}\cdot\left|\nu - 0.4\right| \quad , \quad 0.5 + 0.05\cdot(1.4-\omega)\right)$$

$$\nu_u = \frac{N_u}{b\cdot h\cdot f'_{cd}}$$

$$\nu_u = \frac{N_u}{b\cdot h\cdot f'_{cd}}$$

Sezione rettangolare: presso-tenso flessione deviata (soluzione approssimata)

Cls: R_{ck} = 250 kg/cm²

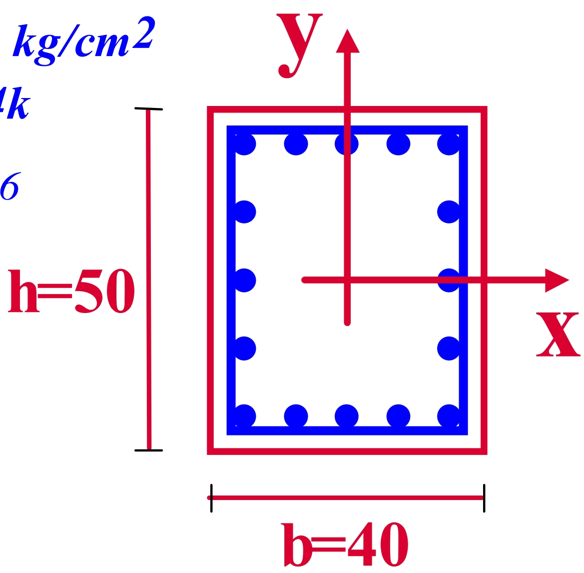
acciaio FeB44k

armature 16 ϕ16

N d= *45000 kg*

$e_x = 15$ cm

$e_y = 19$ cm



$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{uxo}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{uyo}}\right)^{\alpha} = 1$$

$$\alpha = \log(0.5)/\log(\beta)$$

Resistenze di calcolo del calcestruzzo e dell'acciaio:

$$f'_{cd} = 0.85 \cdot f_{cd} = 0.85 \cdot \frac{0.83 \cdot R_{ck}}{1.6} = 110 \ \text{kg/cm}^2 \qquad f_{sd} = \frac{R_{ak}}{\gamma_s} = \frac{4400}{1.15} = 3826 \ \text{kg/cm}^2$$

Calcolo dello sforzo normale ultimo adimensionale ν:

$$\nu = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \frac{45000}{40 \cdot 50 \cdot 110} = 0.20$$

Determinazione di M_{uxo}:

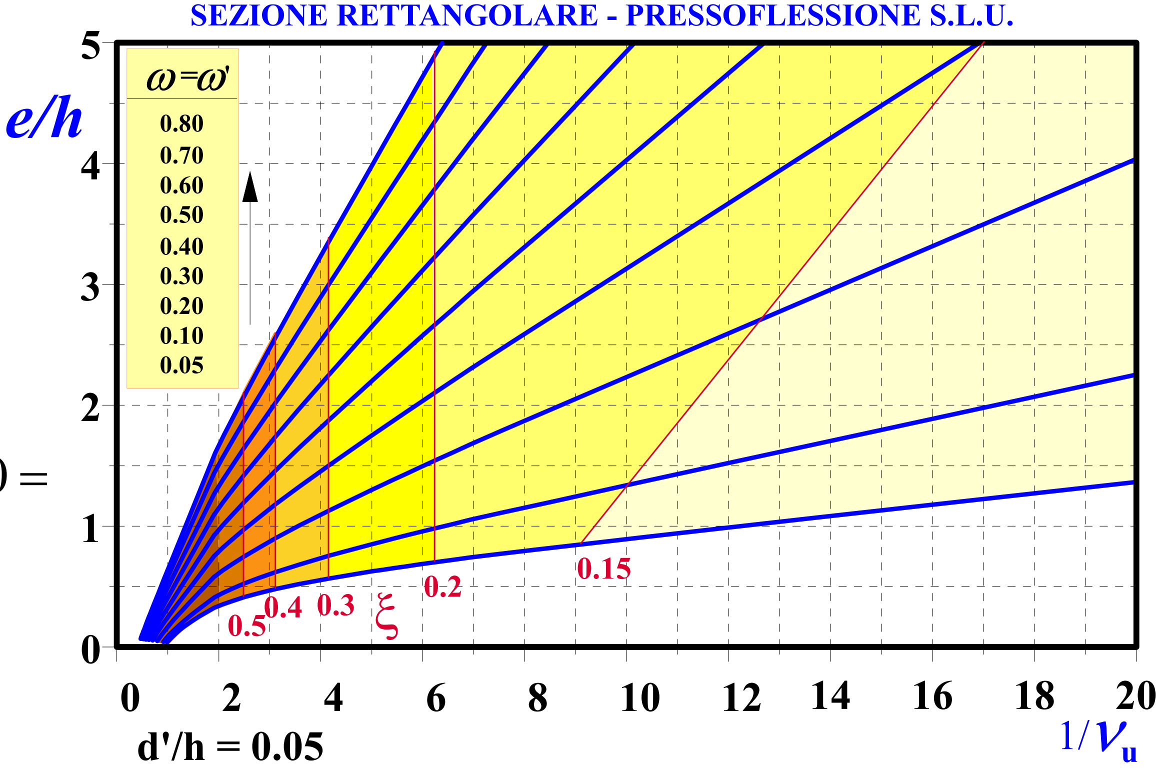
Il carico adimensionale vale $$\frac{1}{\nu}=\frac{1}{0.20}=5$$

La percentuale meccanica di armatura disposta in direzione x ed il copriferro, risultano:

$$\omega_x=\omega'_x=\frac{A_s\cdot f_{sd}}{b\cdot h\cdot f'_{cd}}=\frac{10.05\cdot 3826}{40\cdot 50\cdot 110}=0.17 \qquad \delta_x=\frac{d'}{h}=\frac{3}{50}=0.06$$

$$\eta_y=e_y/h=1.15$$

$$M_{uxo}=N_u\cdot\eta_y\cdot h=$$
$$=45000\cdot 1.15\cdot 50=$$
$$=25875\ \ kgm$$



Determinazione di M_{uyo}:

Il carico adimensionale vale $$\frac{1}{\nu} = \frac{1}{0.20} = 5$$

La percentuale meccanica di armatura disposta in direzione x ed il copriferro, risultano:

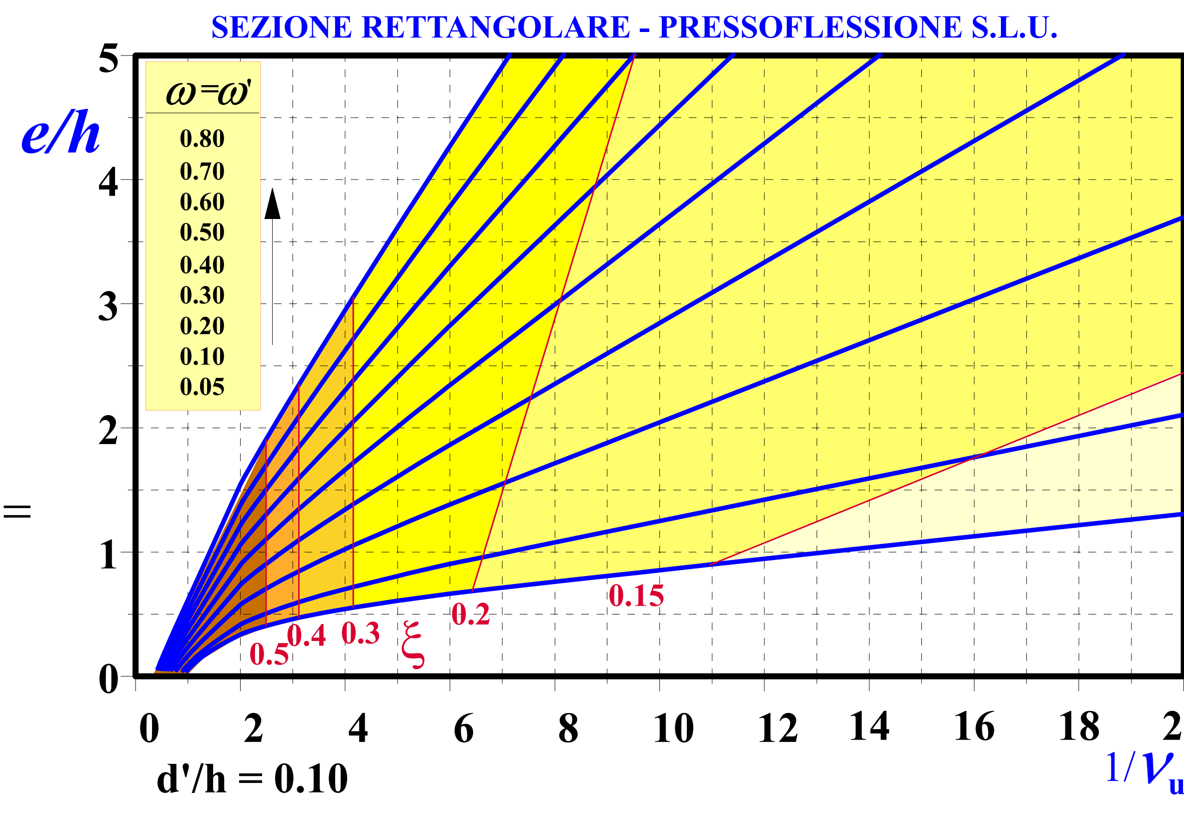
$$\omega_x = \omega'_x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \frac{10.05 \cdot 3826}{40 \cdot 50 \cdot 110} = 0.17 \qquad \delta_y = \frac{d'}{h} = \frac{3}{40} = 0.075$$

$$\eta_x = e_x / b = 1.05$$

$$M_{uyo} = N_u \cdot \eta_x \cdot b =$$

$$= 45000 \cdot 1.05 \cdot 40 =$$

$$= 18900 \;\; kgm$$



Calcolo dei coefficienti β e α :

$$\omega = \frac{A_{s,tot} \cdot f_{sd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} = \frac{16 \cdot 2.01 \cdot 3826}{40 \cdot 50 \cdot 110} = 0.56$$

$$\beta(\nu, \omega) = \max\left(0.5 + \frac{0.5}{1+\omega} \cdot |\nu - 0.4| \quad , \quad 0.5 + 0.05 \cdot (1.4 - \omega) \right) =$$

$$= \max\left(0.5 + \frac{0.5}{1+0.56} \cdot |0.56 - 0.4| = 0.55 \quad , \quad 0.5 + 0.05 \cdot (1.4 - 0.56) = 0.54 \right) = 0.55$$

$$\alpha = \frac{\log(0.5)}{\log(\beta)} = \frac{\log(0.5)}{\log(0.55)} = 1.16$$

Domini di resistenza approssimato e verifica a pressoflessione deviata:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{uxo}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{uyo}}\right)^{\alpha} = \left(\frac{45000 \cdot 0.19}{25875}\right)^{1.16} + \left(\frac{45000 \cdot 0.15}{18900}\right)^{1.16} = 0.58 < 1$$

Relazione costitutiva parabola-lineare

Indicating by ε the following ratio:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}$$

the following two branches of the relationship are defined:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{f_c}{f_{c0}} &= a \cdot \bar{\varepsilon} - \overline{\varepsilon^2}; \\ \frac{f_c}{f_{c0}} &= 1 + b \cdot \bar{\varepsilon}; \end{aligned}}
\qquad \begin{aligned} &\text{for } \bar{\varepsilon} \in (0,1) \\ &\text{for } \bar{\varepsilon} > 1 \end{aligned}$$

where:

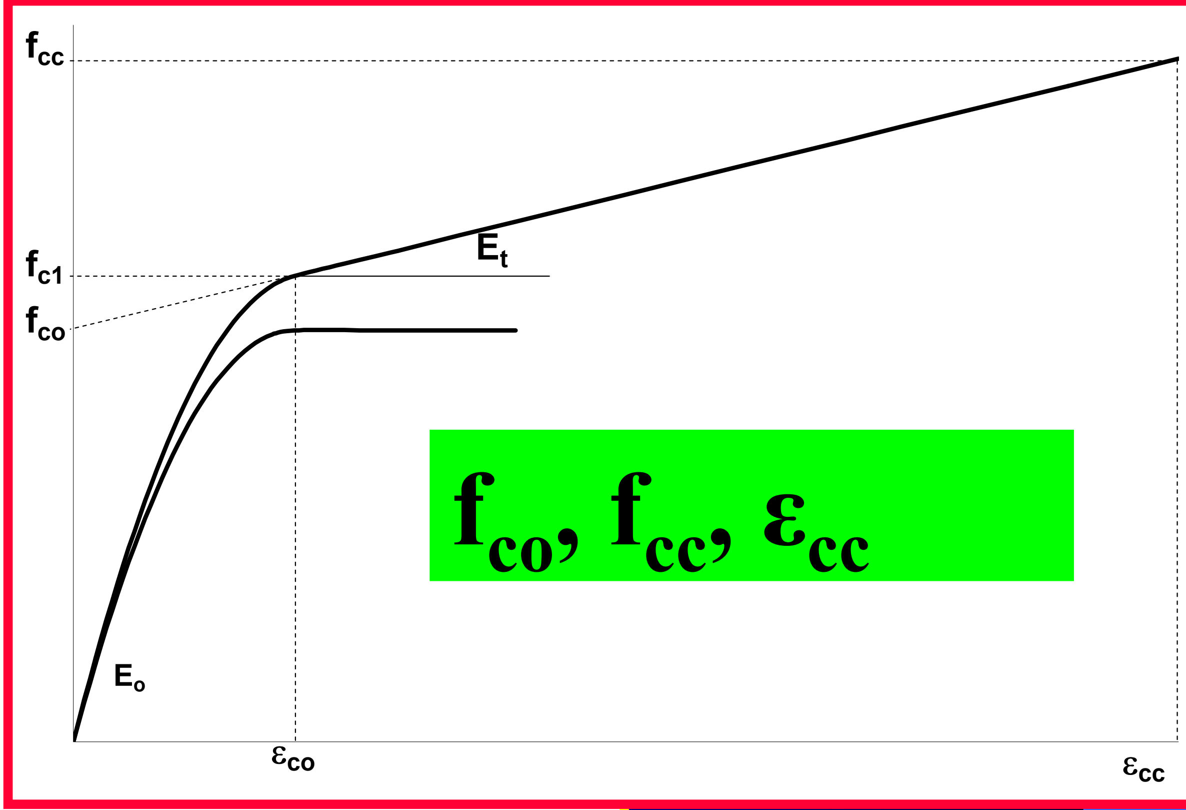
$$a = 1 + \gamma$$

$$b = \gamma - 1$$

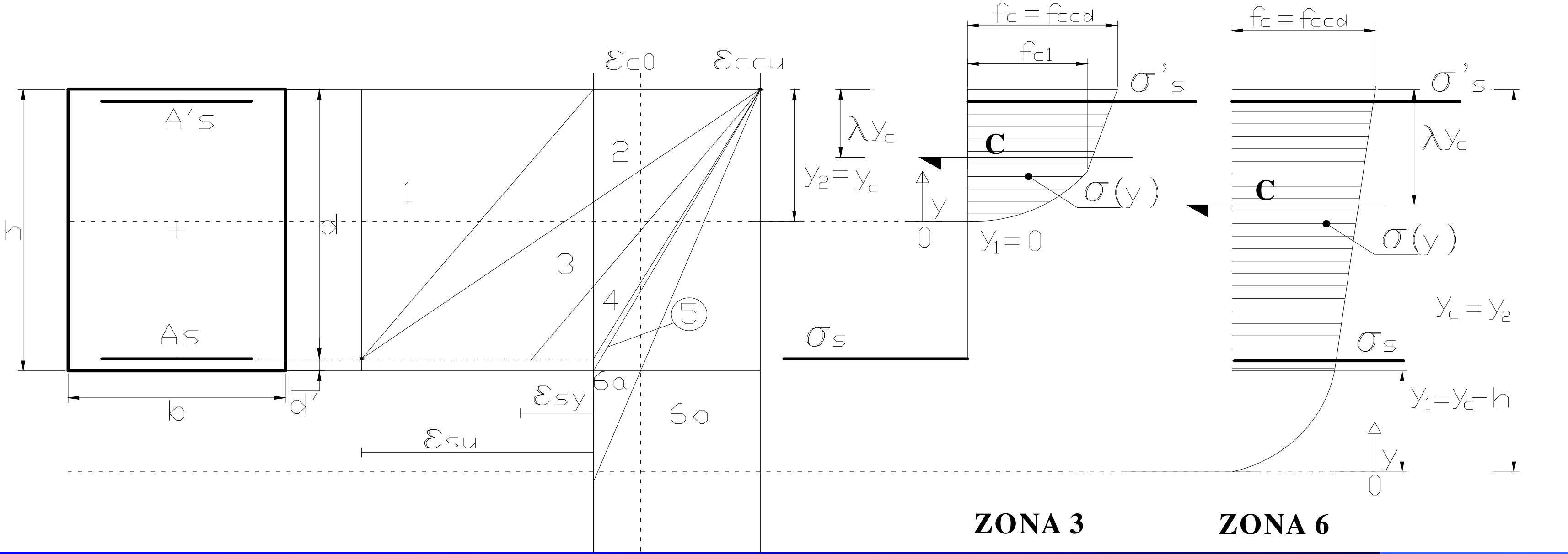
with:

$$\gamma = \frac{f_{c0} + E_t \cdot \varepsilon_{c0}}{f_{c0}} = \frac{f_{c1}}{f_{c0}}$$

$$E_t = \frac{f_{cc} - f_{c0}}{\varepsilon_{cc}}$$



DOMINI DI RESISTENZA (ν-μ)



Equazioni di equilibrio sezionali (adimensionali):

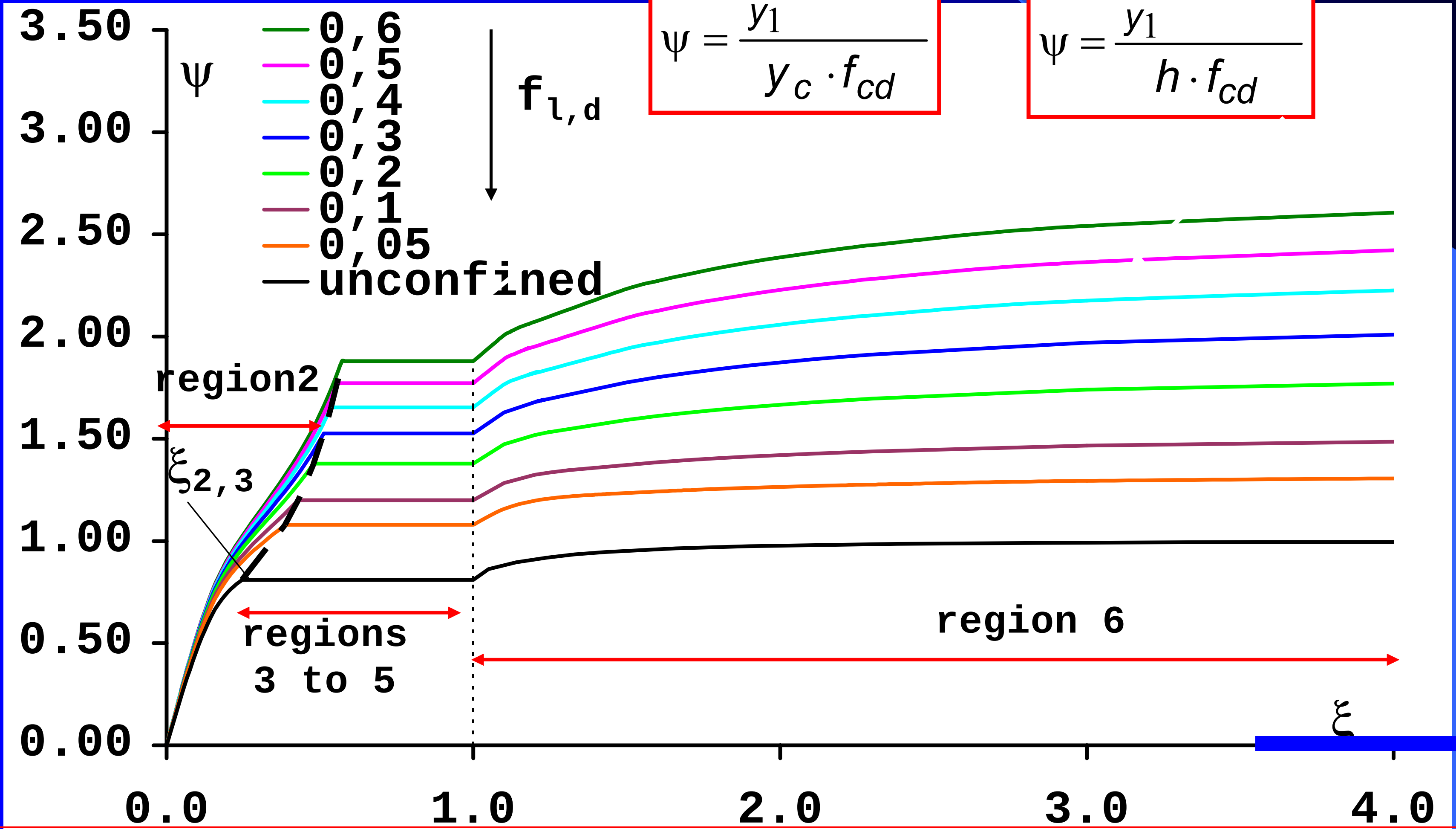
$$\nu = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \xi\psi + \omega' \frac{\sigma_s'}{f_{ys}} + \omega \frac{\sigma_s}{f_{ys}}$$

$$\mu = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \xi\psi \cdot (0.5 - \lambda\xi) + \omega' \frac{\sigma_s'}{f_{ys}} (0.5 - \delta') - \omega \frac{\sigma_s}{f_{ys}} (0.5 - \delta')$$

PARAMETRO ψ

$$\psi = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \sigma(y)dy}{y_c \cdot f_{cd}}$$

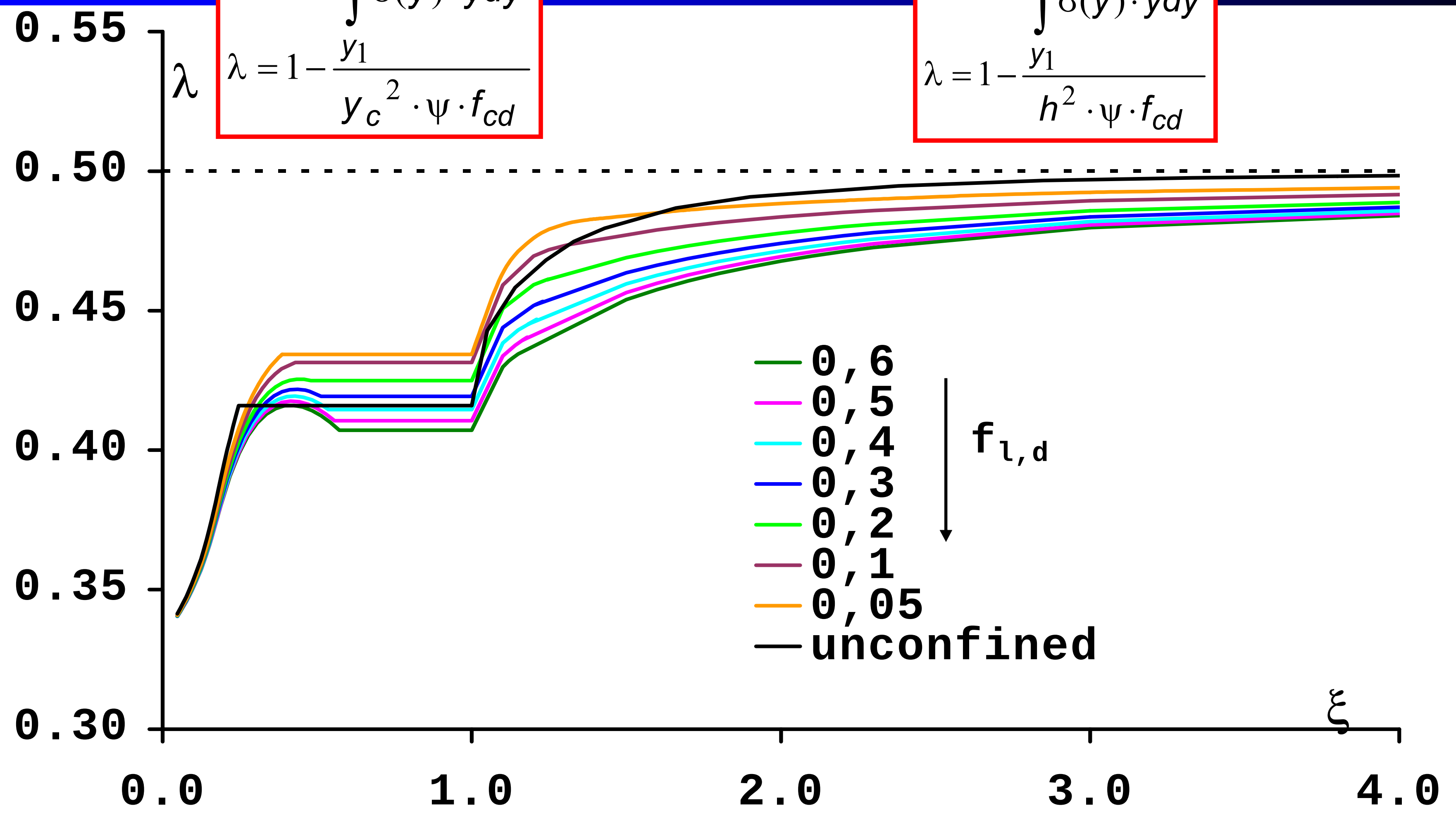
$$\psi = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \sigma(y)dy}{h \cdot f_{cd}}$$



PARAMETER λ

$$\lambda = 1 - \frac{\int_{y_1}^{y_2} \sigma(y) \cdot y\,dy}{{y_c}^2 \cdot \psi \cdot f_{cd}}$$

$$\lambda = 1 - \frac{\int_{y_1}^{y_2} \sigma(y) \cdot y\,dy}{h^2 \cdot \psi \cdot f_{cd}}$$



Funzioni

ψ e λ

$$\alpha = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}$$

$$\xi = \frac{y_c}{h}$$

***Case A*-** region 2a, where $\xi < 1$ and $\alpha = \alpha(\xi) \le 1$:

$$\psi(\xi) = (1+\gamma)\cdot\frac{\alpha(\xi)}{2} - \frac{\alpha(\xi)^2}{3}$$

$$\lambda(\xi) = 1 - \frac{\left[(1+\gamma) - \frac{3\cdot\alpha(\xi)}{4}\right]}{\left[(1+\gamma)\cdot\frac{3}{2} - \alpha(\xi)\right]}$$

***Case B*-** region 2b where $\xi < 1$ and $\alpha = \alpha(\xi) > 1$:

$$\psi(\xi) = 1 - \frac{1}{3\cdot\alpha(\xi)} + (\gamma-1)\cdot\frac{\alpha(\xi)}{2}$$

$$\lambda(\xi) = 1 - \frac{\left[-\frac{1}{12} + \frac{\alpha(\xi)^2}{2} + \frac{\alpha(\xi)^3}{3}(\gamma-1)\right]}{\left[1 - \frac{1}{3\cdot\alpha(\xi)} + (\gamma-1)\cdot\frac{\alpha(\xi)}{2}\right]\cdot\alpha(\xi)^2}$$

***Case C*-** regions 3, 4 and 5, where $\xi \le 1$ and $\alpha > 1$ (= constant):

$$\psi(\xi) = 1 - \frac{1}{3\cdot\alpha} + (\gamma-1)\cdot\frac{\alpha}{2} = \text{cost}$$

$$\lambda(\xi) = 1 - \frac{\left[-\frac{1}{12} + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3}(\gamma-1)\right]}{\left[1 - \frac{1}{3\cdot\alpha} + (\gamma-1)\cdot\frac{\alpha}{2}\right]\cdot\alpha^2} = cost$$

***Case D*-** region 6a, where $1 < \xi \le \alpha/(\alpha-1)$ and $\alpha > 1$ (= constant):

$$\psi(\xi) = \frac{2\alpha^3(\xi-1)^3 - 2\xi^3 + 6\alpha\xi^3 - 3\alpha^2\xi\cdot\left[1+2\xi^2+\gamma-2\xi(1+\gamma)\right]}{6\alpha\xi^2}$$

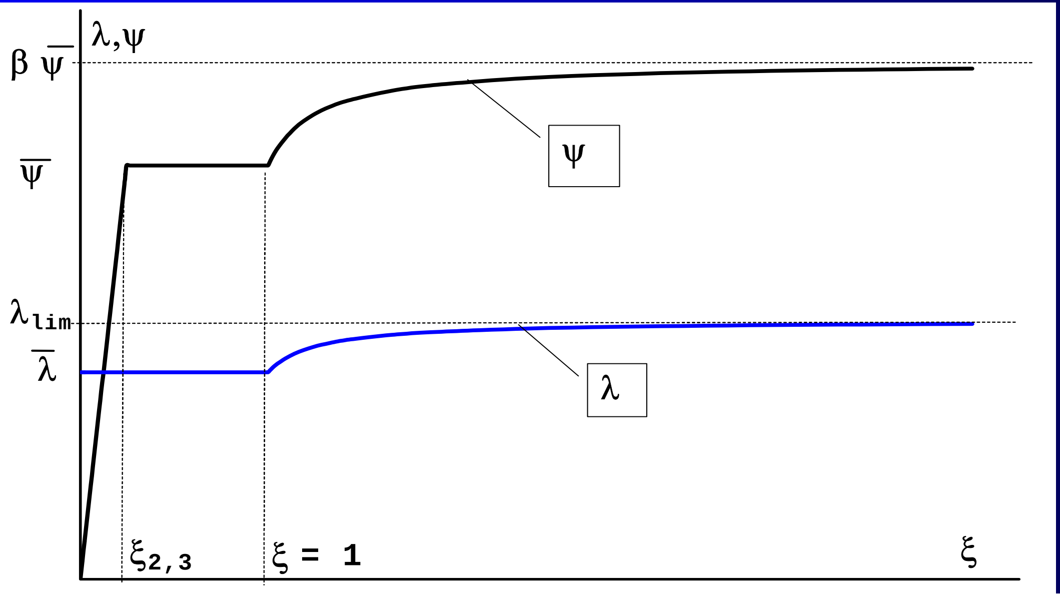
$$\lambda(\xi) = \frac{(1-4\alpha+6\alpha^2)\cdot\xi^4 + \alpha^4\cdot(\xi-1)^3\cdot(3+\xi) - 2\alpha^3\xi\cdot\left[2\xi^3+2(1+\gamma)-3\xi(1+\gamma)\right]}{2\alpha\xi\cdot\left\{2\alpha^3\cdot(\xi-1)^3 - 2\xi^3 + 6\alpha\xi^3 - 3\alpha^2\xi\cdot\left[1+2\xi^2+\gamma-2\xi\cdot(1+\gamma)\right]\right\}}$$

Case E **-** region 6b, where $\xi > \alpha/(\alpha-1)$ and $\alpha > 1$ (= constant):

$$\psi(\xi) = \frac{2\xi + \alpha(2\xi-1)(\gamma-1)}{2\xi}$$

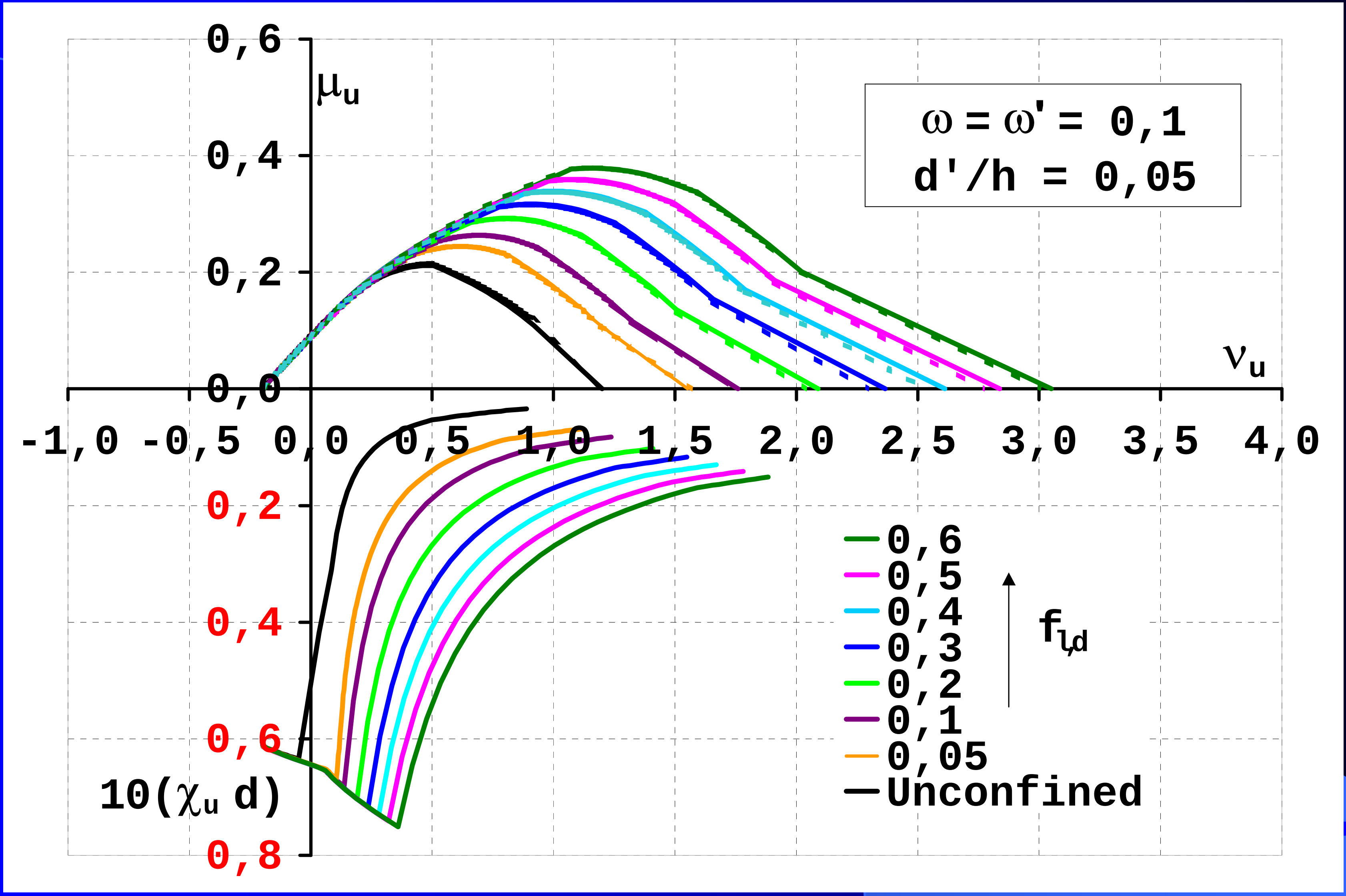
$$\lambda(\xi) = \frac{3\xi + \alpha(3\xi-2)(\gamma-1)}{3\left[2\xi + \alpha(2\xi-1)(\gamma-1)\right]}$$

Espressioni semplificate di ψ e λ

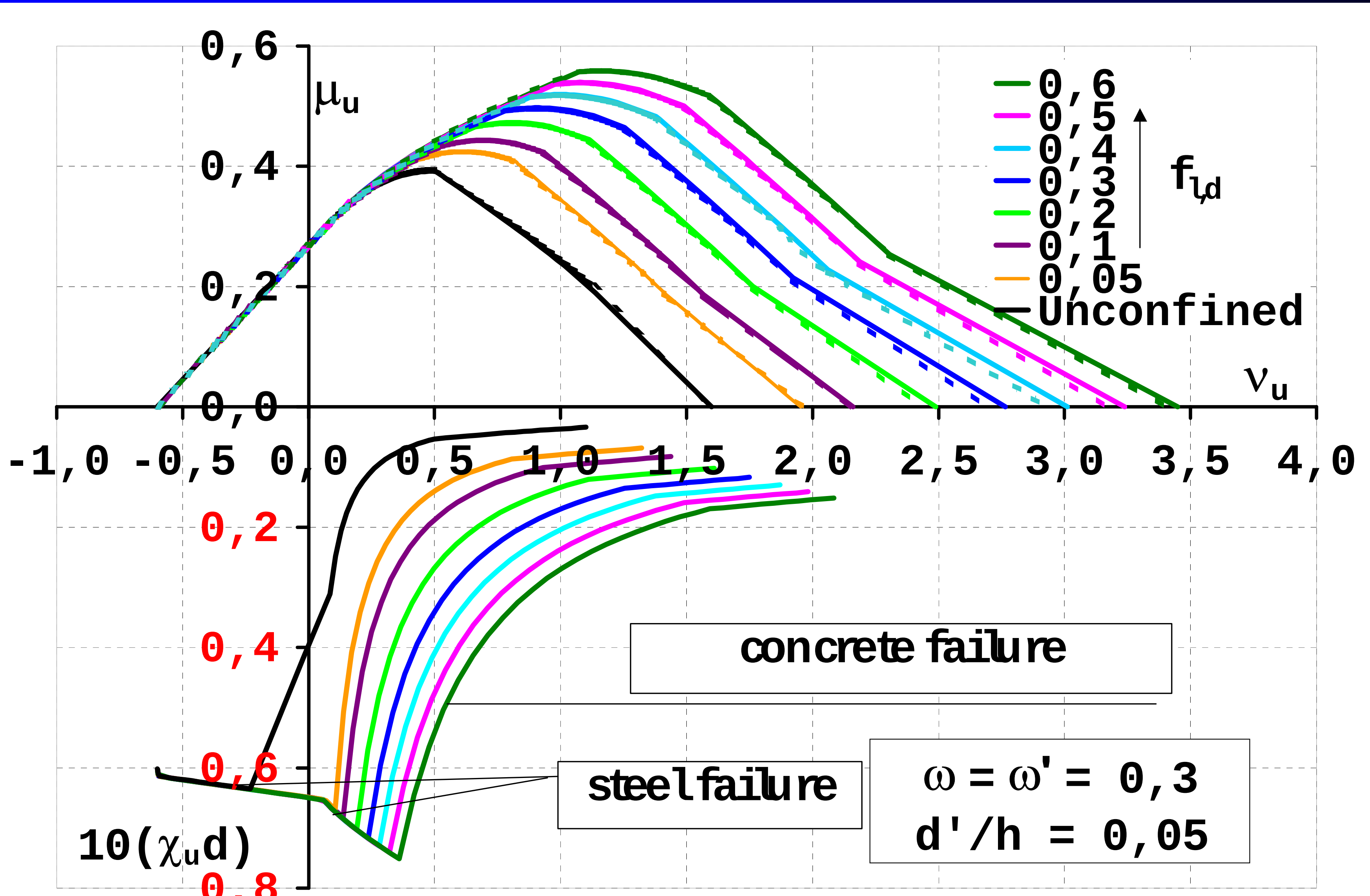


Region	ψ	λ
Region 2 ($\xi \le \xi_{23}$)	$\psi = \overline{\psi}\dfrac{\xi}{\xi_{23}}$	$\lambda = \overline{\lambda}$
Regions 3,4,5 ($\xi_{23} \le \xi \le 1$)	$\psi = \overline{\psi}$	$\lambda = \overline{\lambda}$
Region 6 ($\xi > 1$)	$\Psi = \dfrac{\beta\xi - \beta + 0.25}{\xi - 0.75} \cdot \overline{\Psi}$	$\lambda = 0.5 \cdot \dfrac{\xi - \left(1 - 0.5 \cdot \overline{\lambda}\right)}{\xi - 0.75}$

ν–μ INTERACTION CURVES
ν–χ_u DIAGRAMS



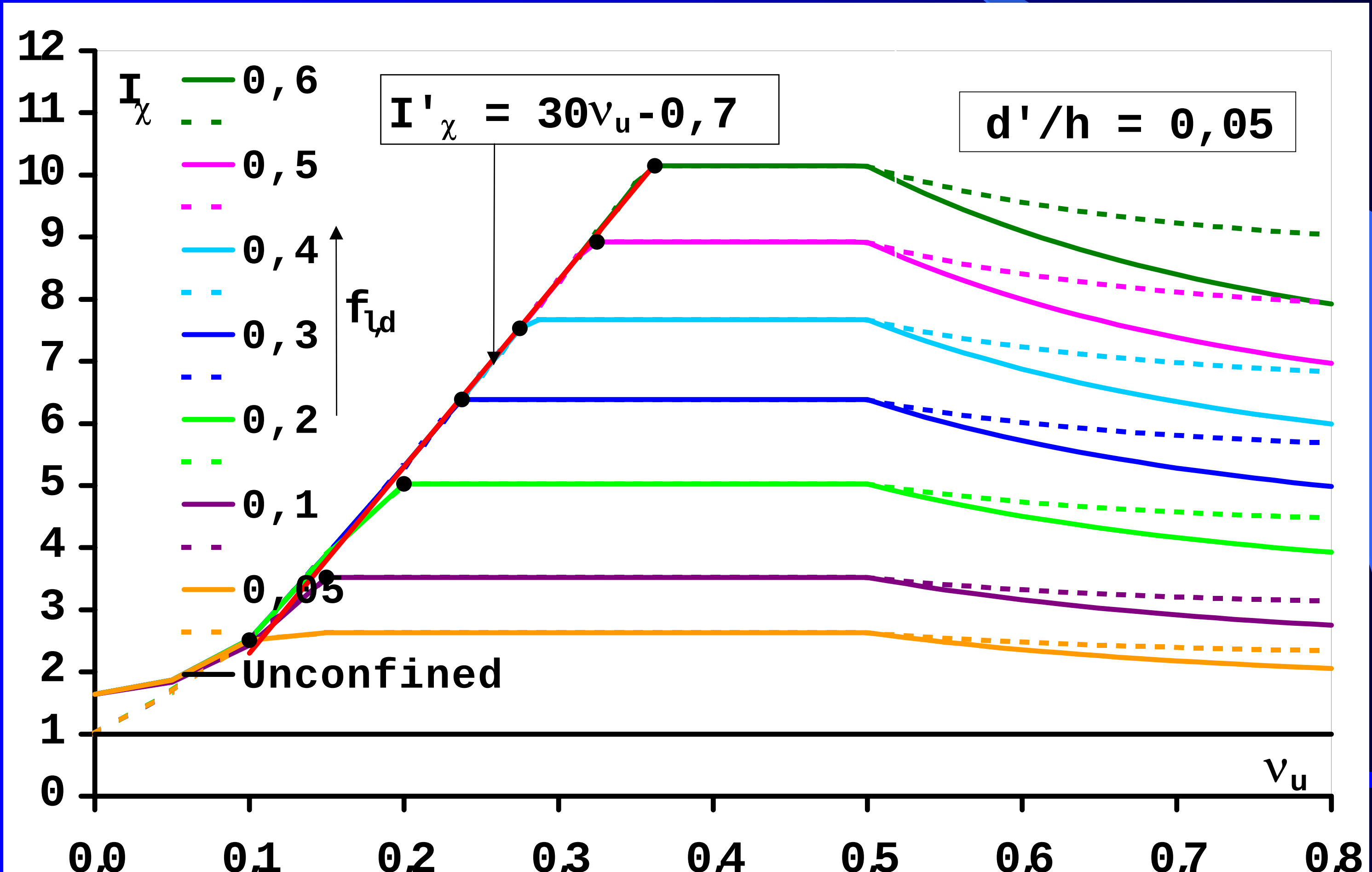
$\nu-\mu$ INTERACTION CURVES
$\nu-\chi_u$ DIAGRAMS



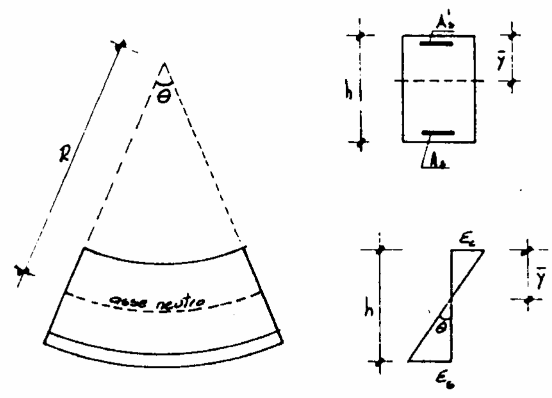
INCREMENTO DI DUTTILITA'

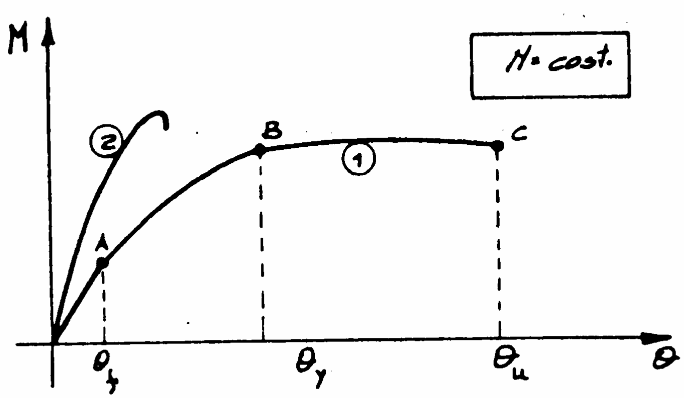
$$I_\chi = \frac{\chi_{u,c}}{\chi_{u,nc}} \cong \frac{\chi_{u,c}}{\chi_{y,c}} \cdot \frac{\chi_{y,nc}}{\chi_{u,nc}}$$

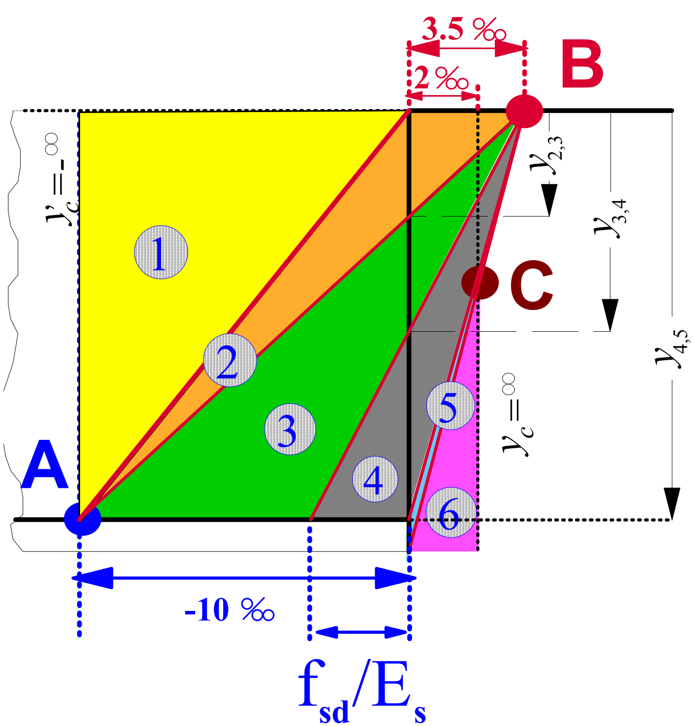
$$I_\chi''(f_{l,d}) = \frac{\varepsilon_{ccu}}{\varepsilon_{cu}} \frac{\overline{\psi_c}}{\overline{\psi_{un}}} = \frac{0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{f_{l,d}}}{0.0035} \cdot \frac{1.16\sqrt{f_{l,d}} + 0.3 f_{l,d} + 0.8}{0.8}$$



Influenza di ξ sulla duttilità della sezione





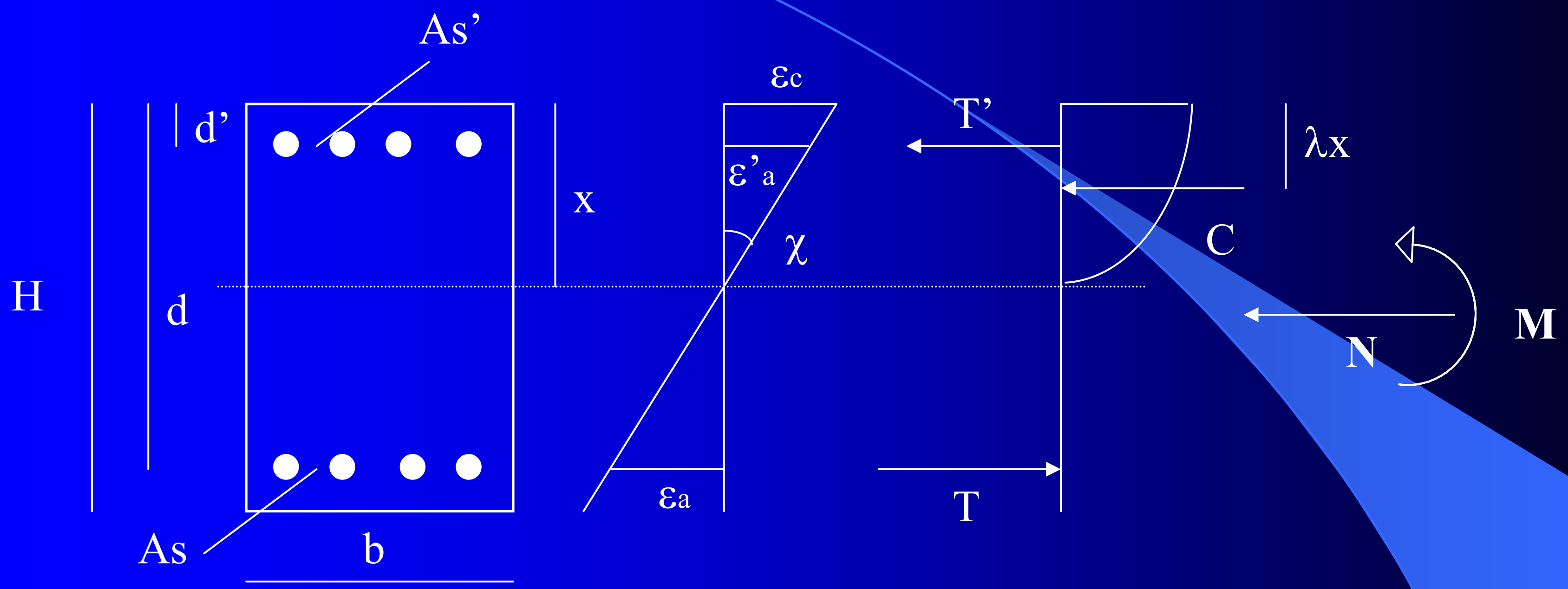


Al crescere di ξ si riduce la duttilità della sezione; per le travi si consigliano valori di ξ compresi tra 0.1-0.45.

La normativa consente il calcolo plastico senza richiedere il controllo delle rotazioni plastiche se ξ è minore di 0.25 ed il calcolo elastico con ridistribuzione se ξ è minore di 0.45

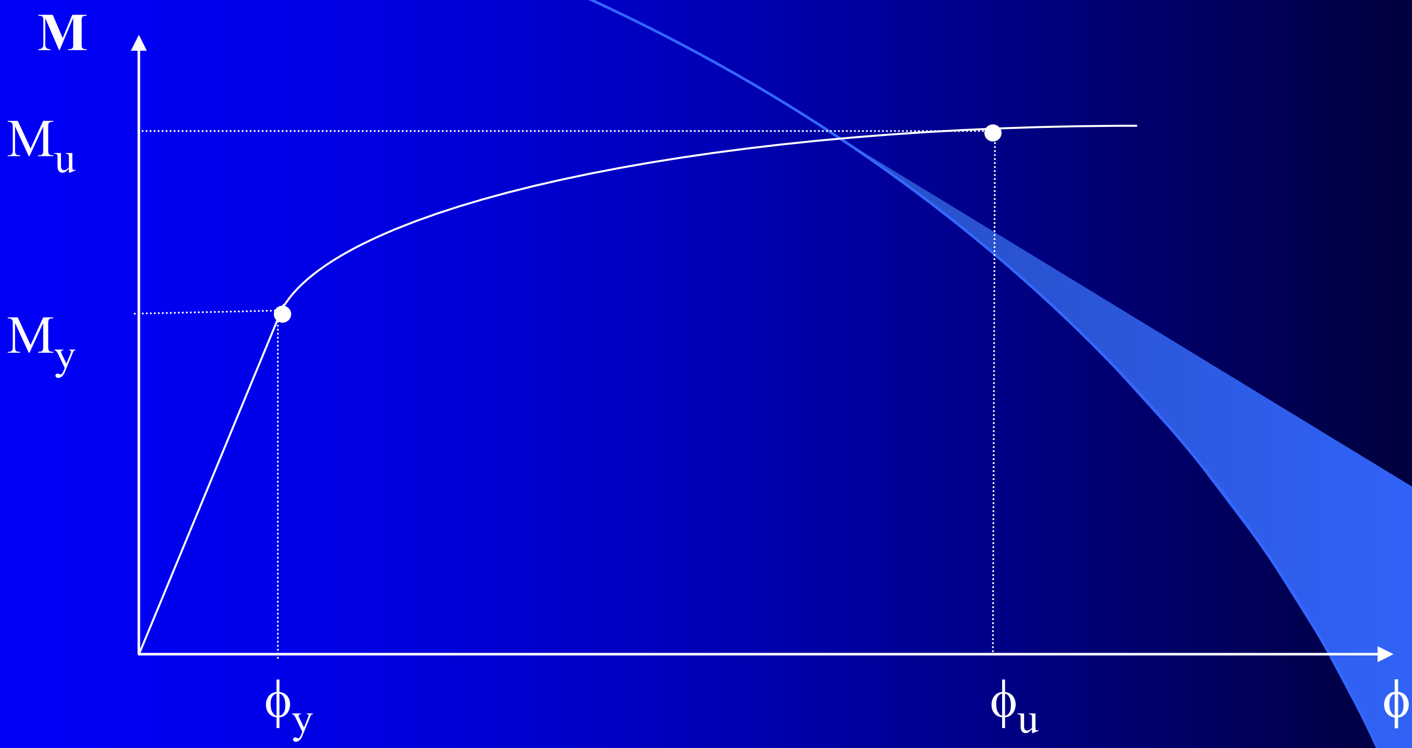
SEZIONI PRESSOINFLESSE

DIAGRAMMA MOMENTO-CURVATURA ($M - \phi - N$)



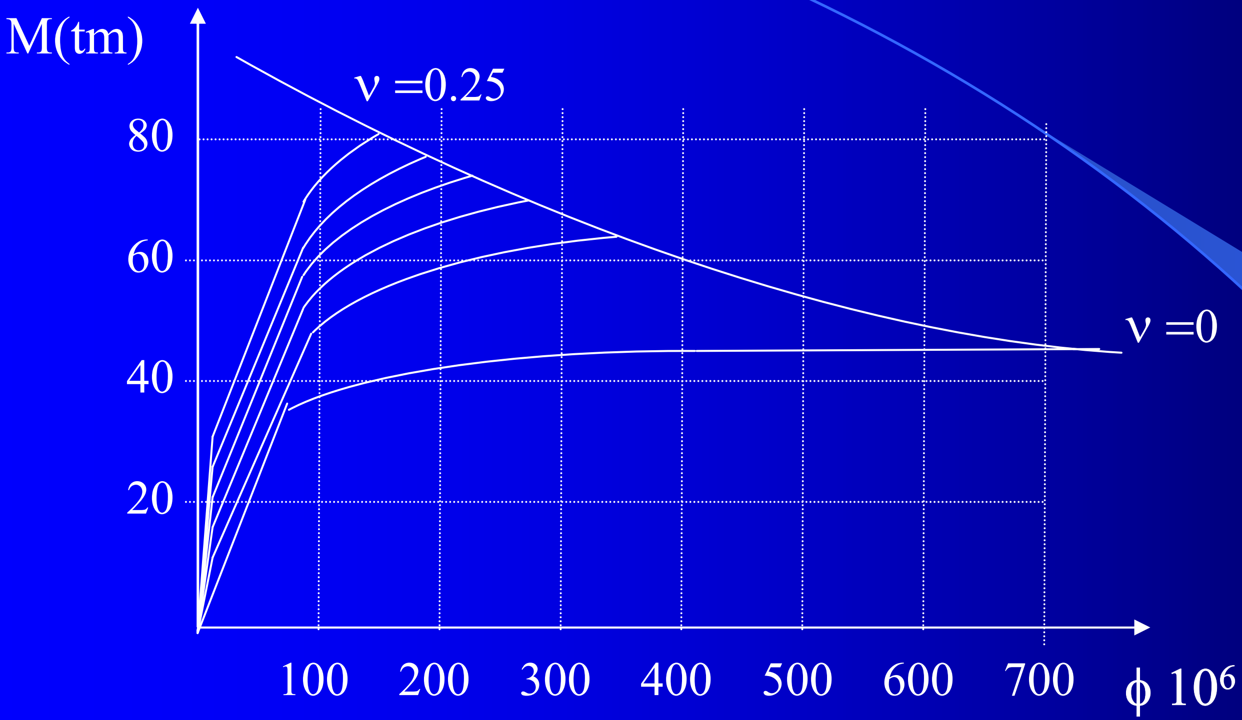
- Determinazione del diagramma momento-curvatura (M-ϕ) a sforzo normale N costante.
- Per ogni assegnato valore della curvatura ϕ si determina il valore dell'asse neutro delle deformazioni tale che sia soddisfatto l'equilibrio alla traslazione: **$N = C + T' - T$** .
- Dall'equazione di equilibrio alla rotazione si determina il momento corrispondente, ottenendo quindi un punto di coordinate (M , ϕ).

DIAGRAMMA MOMENTO-CURVATURA ($M - \phi - N$)



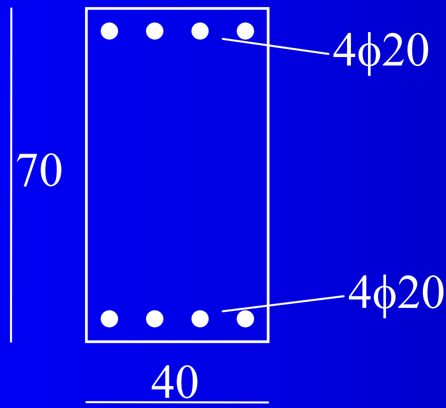
- Determinazione della **curvatura di snervamento ϕ_y** (snervamento delle armature) e della **curvatura ultima ϕ_u** (raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo).

Diagrammi Momento-Curvatura al variare di N



$$\nu = \frac{N}{b\,d\,f'_{cd}}$$

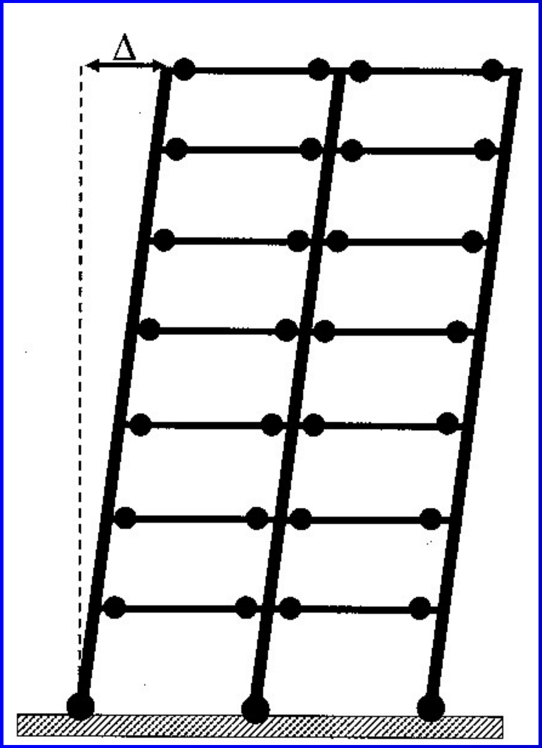
ν	ϕ_u / ϕ_y
0	18,4
0,05	12,5
0,10	8,62
0,15	5,83
0,20	4,09
0,25	3,10

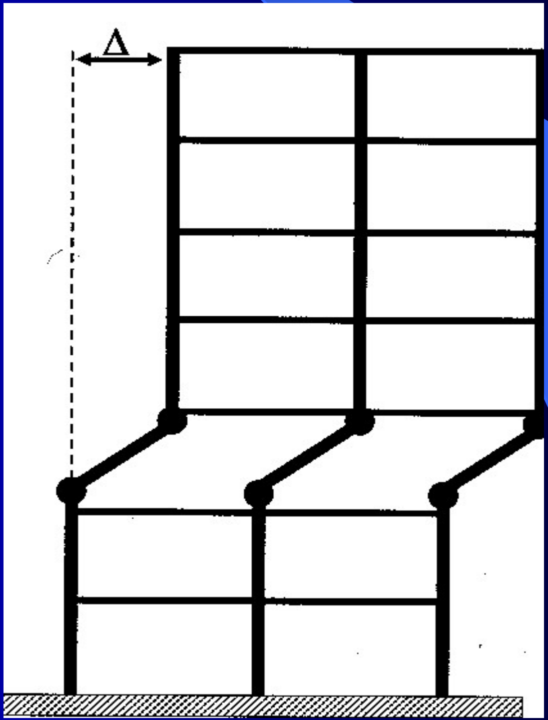


Rck 250 kg/cmq

FeB44k

MECCANISMO GLOBALE E MECCANISMO LOCALE DI COLLASSO



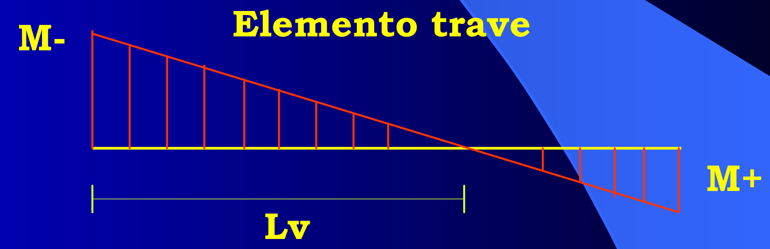


MODELLI DI CAPACITÀ

Travi e pilastri: flessione con e senza sforzo normale

La capacità deformativa θ di travi e pilastri è definita come rapporto tra l spostamento trasversale della sezione di momento nullo e la **distanza** di ta sezione dalla cerniera plastica (**luce di taglio**).

$$L_V = \frac{M}{V}$$



La capacità deformativa così valutata si differenzia in relazione ai 3 stati limite considerati.

- **Stato limite di Danno Limitato (SL-DL)**
- **Stato limite di Danno Severo (SL-DS)**
- **Stato limite di Collasso (SL-CO)**

Capacità rotazionale

L'espressione più semplice:

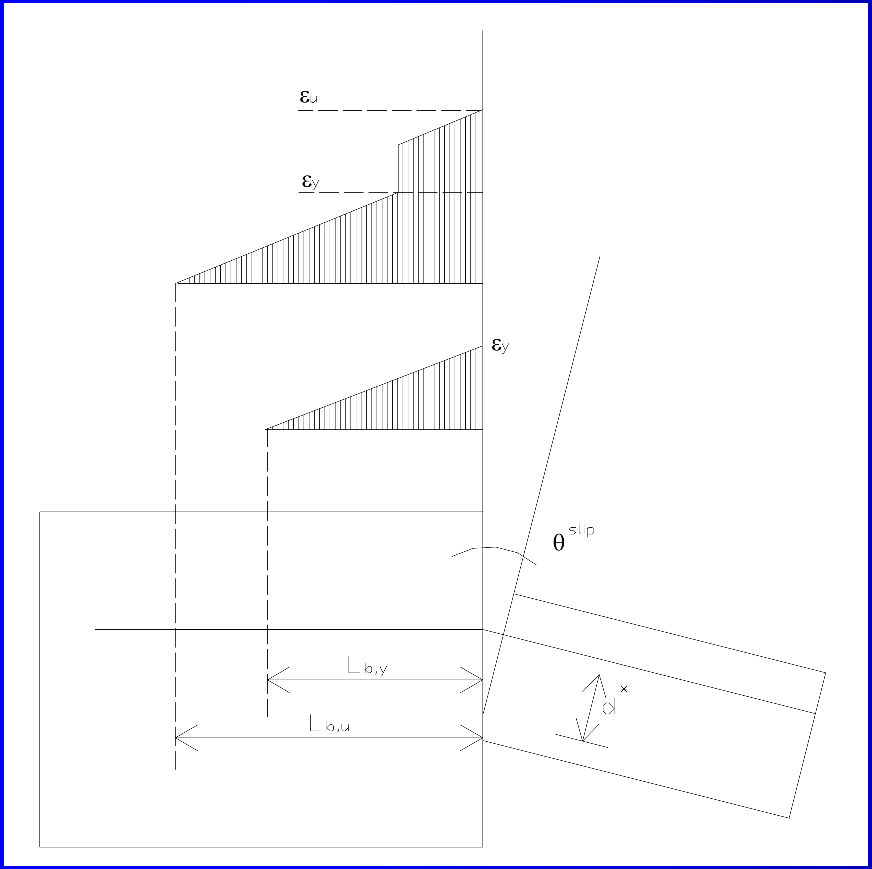
$$\theta_{pl} = \phi_{pl} \cdot l_{pl} = \phi_{pl} \cdot (0.5 \cdot d)$$

La lunghezza della cerniera plastica considerando il rapporto M_u/M_y e la snellezza di taglio ($\lambda = M_u/Vd$)

$$l'_{pl} = 0.5 \cdot \frac{M_u - M_y}{M_u} \cdot \frac{M_u}{V} = 0.5 \cdot \left(1 - \frac{f_y}{f_t}\right) \cdot l_v =$$

$$= 0.5 \cdot \psi \cdot l_v$$

Influenza del cedevolezza del vincolo/nodo



$$l_{a,y} = \frac{d_b \cdot f_y}{4 \cdot \tau_{a,y}} \qquad l_{a,u} = \frac{d_b \cdot f_t}{4 \cdot \tau_{a,u}}$$

$$\Delta\theta_{pl} = \frac{\Delta l_{a,u} - \Delta l_{a,y}}{d^*} = \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}}{d^*}\right) \cdot \left(\frac{f_t - f_y}{f_t}\right) \cdot l_{a,u} \cong$$

$$\cong \phi_{pl,s} \cdot \psi \cdot \frac{d_b \cdot f_t}{4 \cdot \tau_{a,u}}$$

Le espressioni della lunghezza della cerniera plastica

$$l_{pl} = l'_{pl} + l''_{pl} = 0.5 \cdot \psi \cdot l_v + \psi \cdot \frac{f_t}{4 \cdot \tau_{a,u}} \cdot d_b = k_1 \cdot l_v + k_2 \cdot d_b$$

$$l_{pl} = 0.08 \cdot l_v + 0.022 \cdot f_y \cdot d_b$$

Priesteley (1996)

$$l_{pl} = 0.5 \cdot \psi \cdot l_v + 1.2 \cdot \psi \cdot \frac{f_t}{4 \cdot \tau_{a,y}} \cdot d_b$$

Lehman (1998)

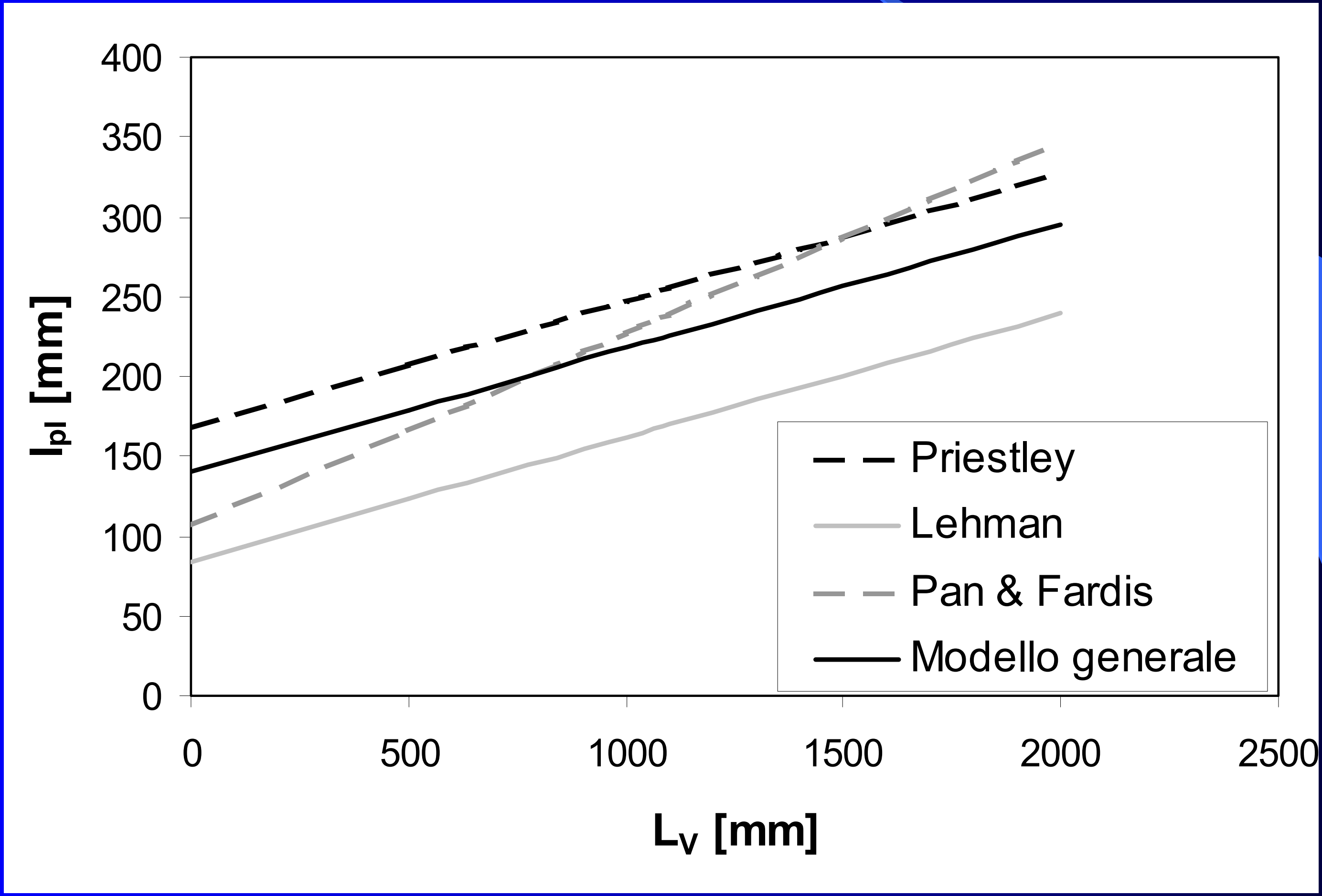
$$l_{pl} = 0.12 \cdot l_v + 0.014 \cdot f_y \cdot d_b$$

Panagiotakos & Fardis (2001)

$$l_{pl} = 0.1 \cdot l_v + 0.17h + \frac{0.24 \cdot f_y \cdot d_b}{\sqrt{f_c}}$$

O.P.C.M. 3274

Lunghezza della cerniera plastica in funzione della luce di taglio (M/V)



La capacità rotazionale rispetto alla corda secondo O.P.C.M. 3274

Opzione n.1 (regressione numerico-sperimentale)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \cdot 0.016 \cdot \left(0.3^{\nu}\right) \cdot \left[\frac{\max\left(0.01, \omega'\right)}{\max\left(0.01, \omega\right)} \cdot f_c\right]^{0.225} \cdot \left(\frac{l_v}{h}\right)^{0.35} \cdot 25^{\left(\alpha\, \rho_{sx}\, f_{wy} / f_c\right)} \cdot 1.25^{100 \rho_d}$$

Opzione n.2 (teorica con taratura sperimentale)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \cdot \left(\theta_y + \left(\phi_u - \phi_y\right) \cdot L_{pl} \cdot \left(1 - \frac{0.5 L_{pl}}{L_v}\right)\right)$$

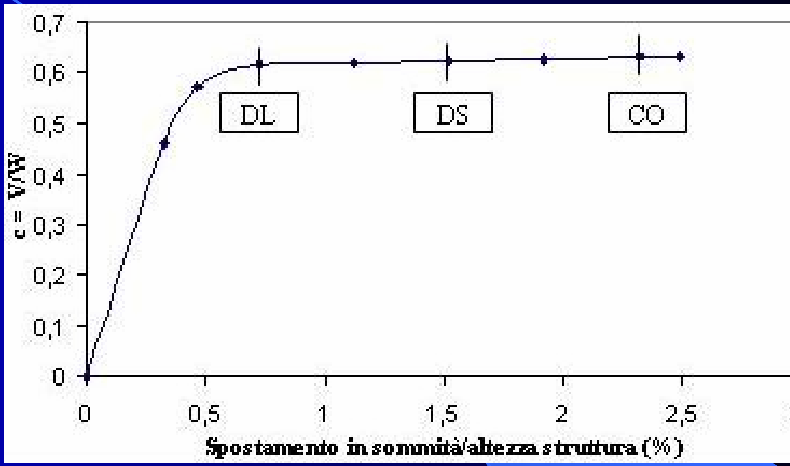
con

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_v}{3} + 0.0013 \cdot \left(1 + 1.5 \frac{h}{L_v}\right) + 0.13 \cdot \phi_y \frac{d_b \cdot f_y}{\sqrt{f_c}}$$

MODELLAZIONE CERNIERE PLASTICHE
Diagrammi Momento-Rotazione

otazione allo snervamento:

$$\theta_u = \theta_y + \left(\phi_u - \phi_y\right)\cdot L_{pl}\cdot\left(1-\frac{0.5L_{pl}}{L_V}\right)$$



otazione ultima:

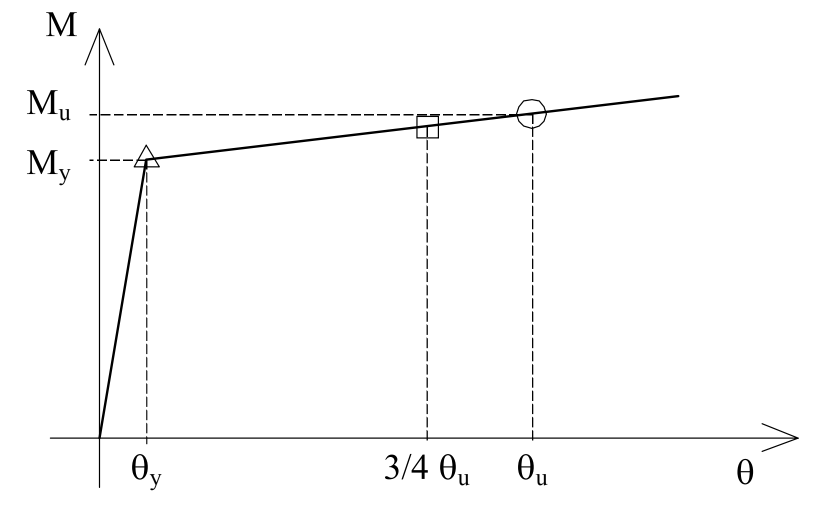
$$\theta_y = \phi_y\frac{L_V}{3} + 0.0013\cdot\left(1+1.5\frac{h}{L_V}\right) + 0.13\cdot\phi_y\frac{d_b\cdot f_y}{\sqrt{f_c}}$$

Ordinanza n. 3274 del 20 Marzo 2003

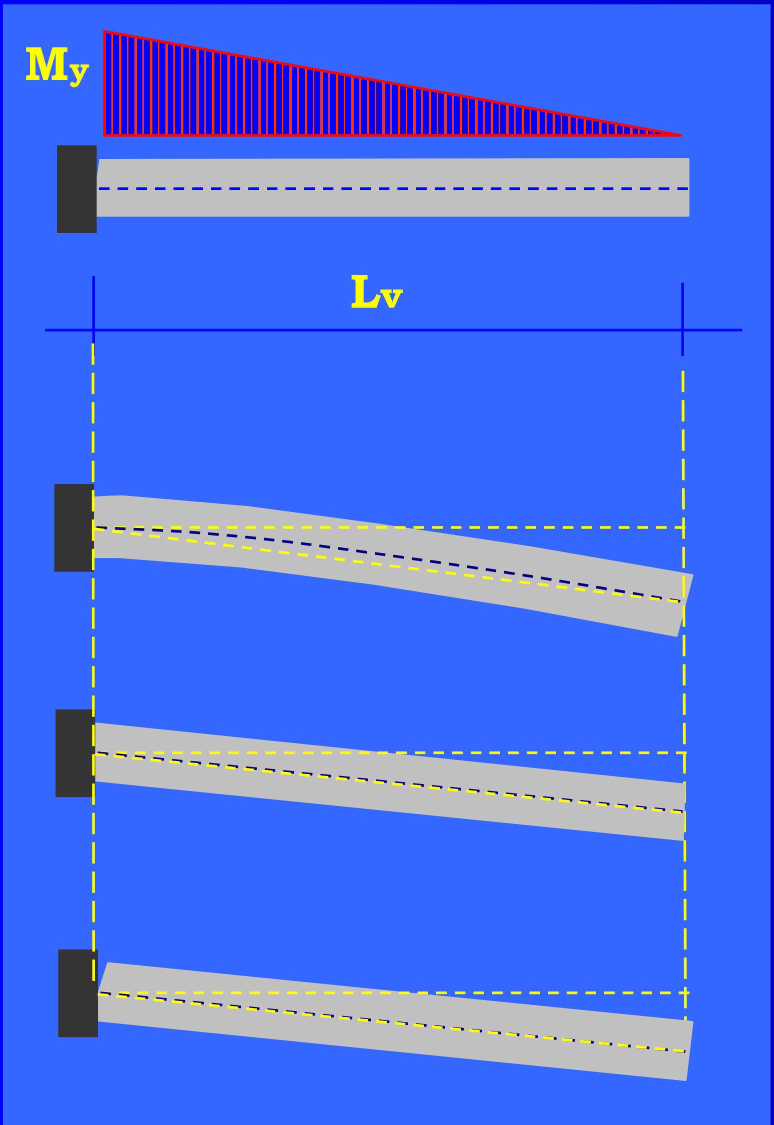
Stato Limite di Danno Limitato DL

Stato Limite di Danno Severo DS

Stato Limite di Collasso CO



MODELLI DI CAPACITÀ



Rotazione di snervamento

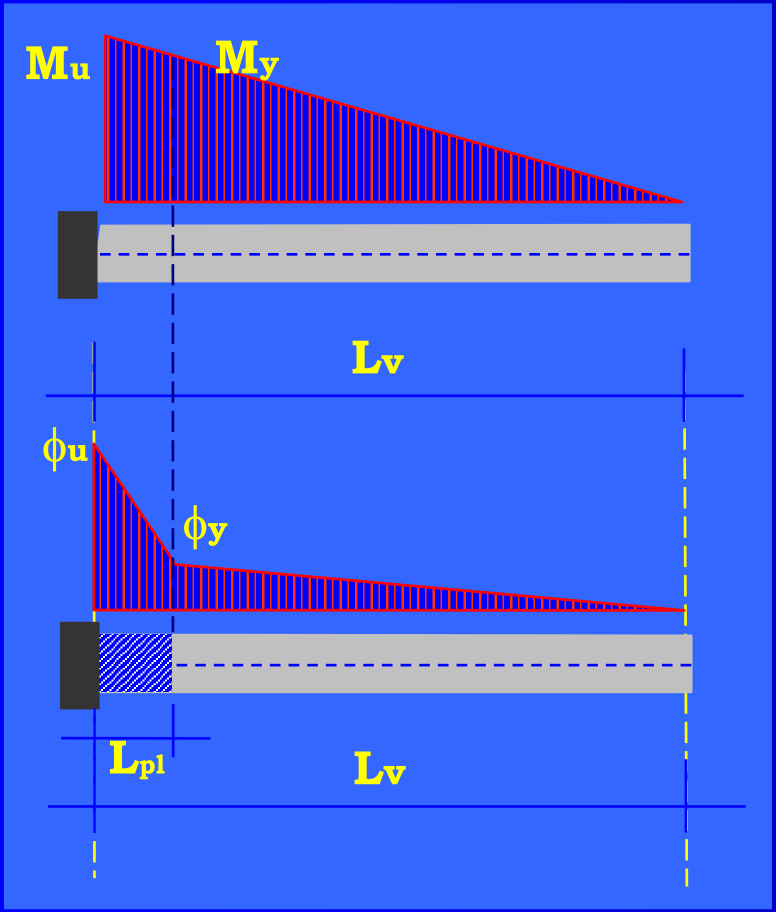
$$\theta_y = \phi_y \frac{L_v}{3} + 0.0013 \cdot \left(1 + 1.5 \frac{h}{L_v}\right) + 0.13 \cdot \phi_y \frac{d_b \cdot f_y}{\sqrt{f_c}}$$

Contributo flessionale

Contributo tagliante

Scorrimento delle barre

MODELLI DI CAPACITÀ



Rotazione ultima

$$\theta_u = \theta_y + (\phi_u - \phi_y)L_{pl}\left(1 - \frac{0.5L_{pl}}{L_V}\right)$$

ϕ_y è la curvatura a snervamento valutata considerando la deformazione di snervamento dell'armatura tesa

ϕ_u è la curvatura ultima valutata considerando la deformazione ultima del cls

MODELLI DI CAPACITÀ

I valori di massima capacità deformativa sono differenti in relazione a i 3 stati limite

SL-DL → $$\theta_{u,DL} = \theta_y$$

SL-DS → $$\theta_{u,DS} = \theta_y + \frac{3}{4}(\theta_u - \theta_y)$$

SL-DC → $$\theta_{u,CO} = \theta_u = \theta_y + (\phi_u - \phi_y)L_{pl}\left(1 - \frac{0.5L_{pl}}{L_V}\right)$$

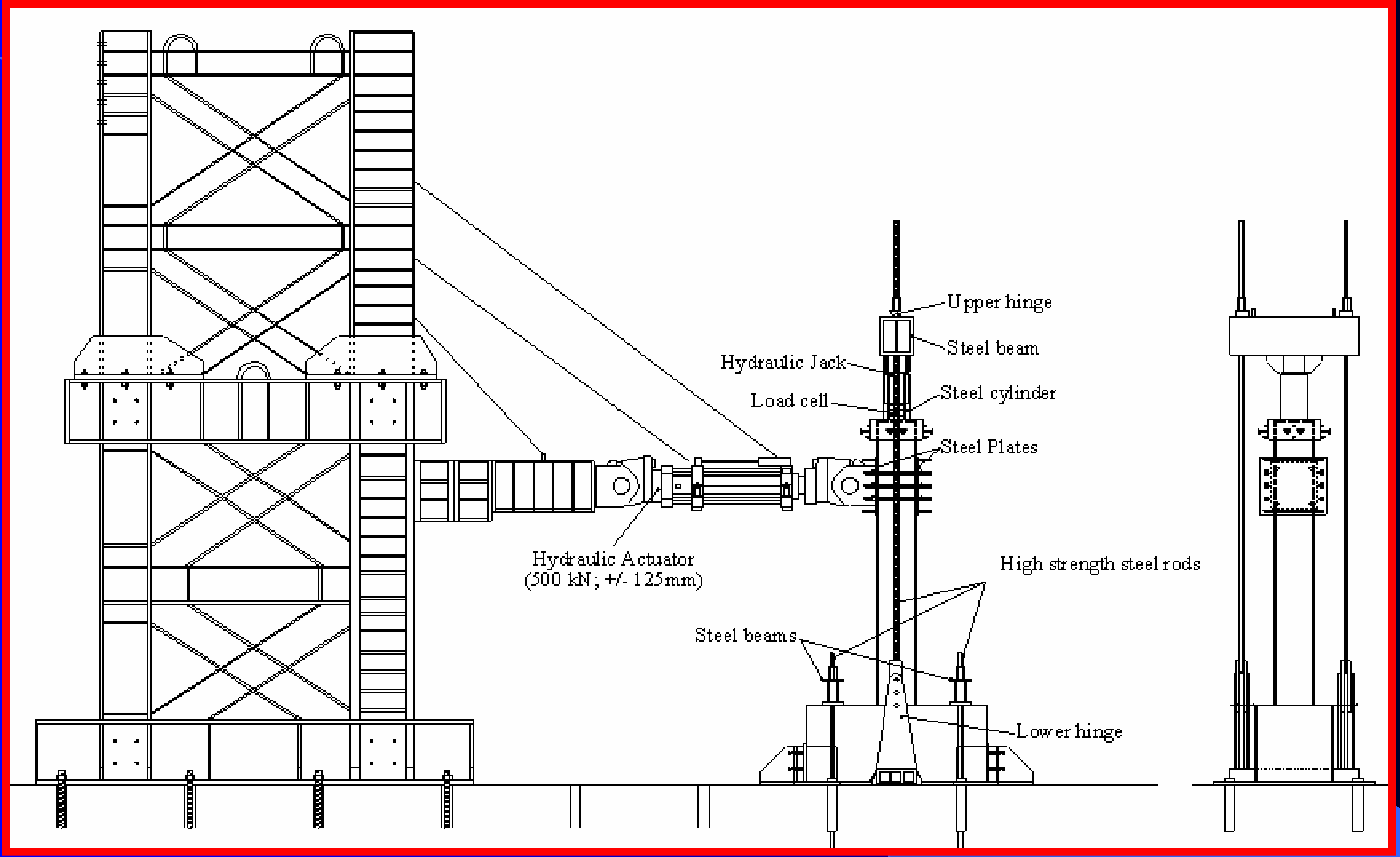
Un programma sperimentale

FRP properties

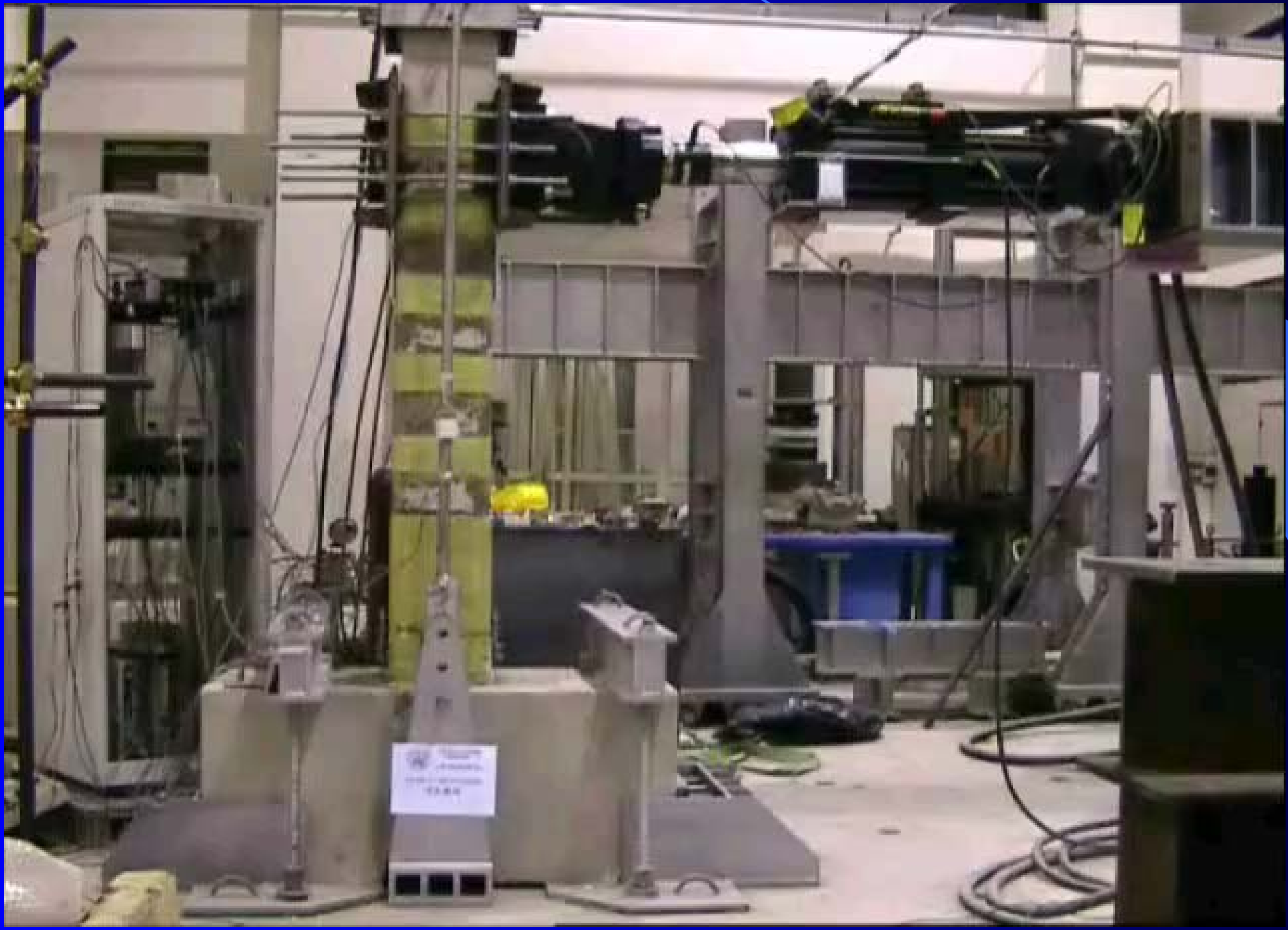
Fiber	t_j [mm]	E_{FRP} [GPa]	$f_{u,FRP}$ [MPa]	$\varepsilon_{u,FRP}$ [%]
CFRP*	0.22	390	3000	0.80
GFRP**	0.48	80.6	2560	3-4

*commercialized by SIKA; ** commercialized by MAPEI

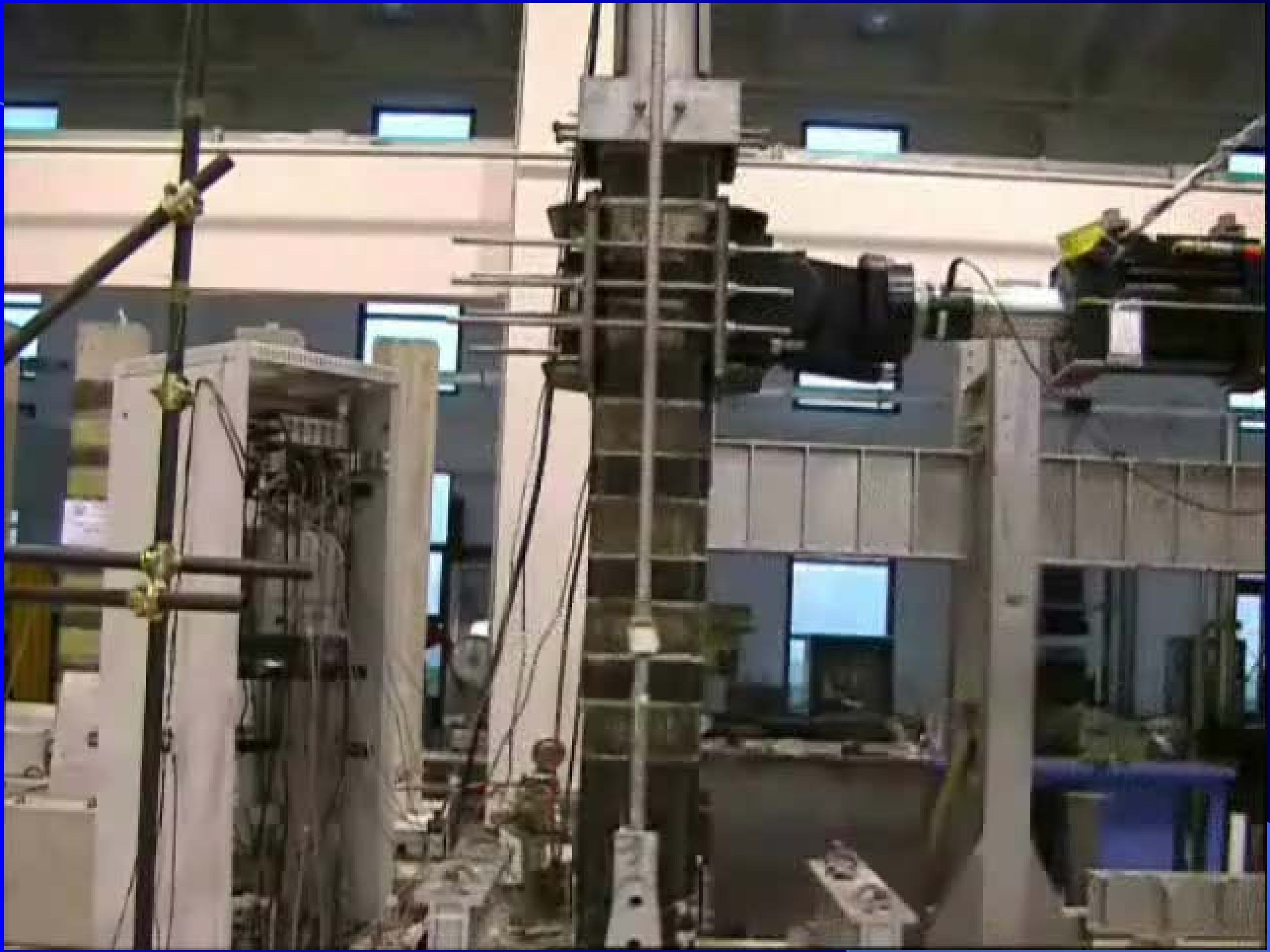
Test set-up


Upper hinge
Steel beam
Hydraulic Jack
Steel cylinder
Load cell
Steel Plates
Hydraulic Actuator
(500 kN; +/- 125mm)
High strength steel rods
Steel beams
Lower hinge

Tests on FRP confined columns

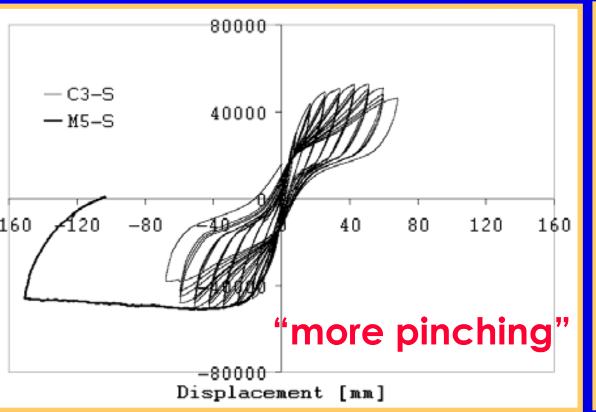


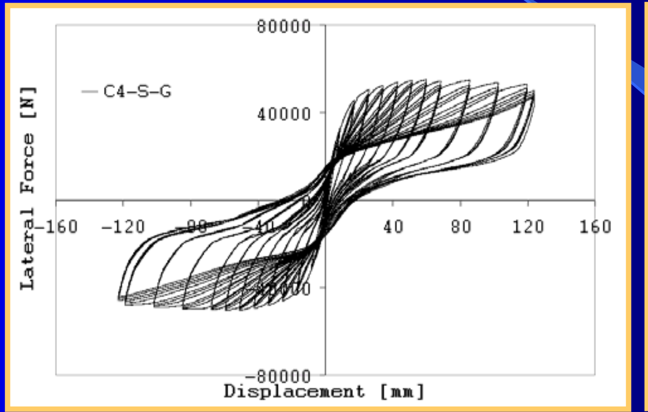
Tests on FRP confined columns

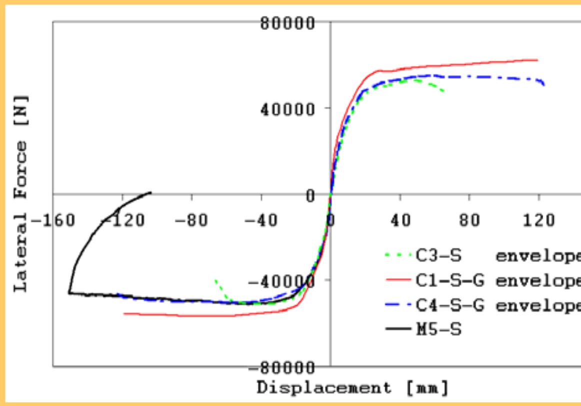


Hysteretic loops and load-displacement envelopes

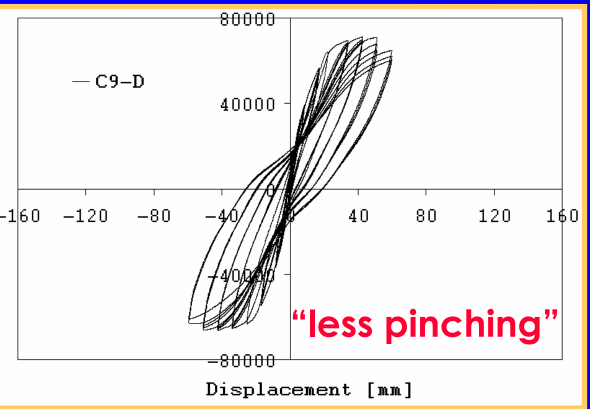
Column reinforced with smooth rebars (barre lisce)

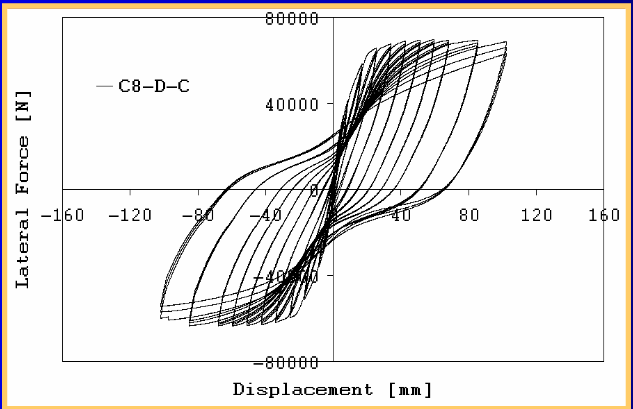


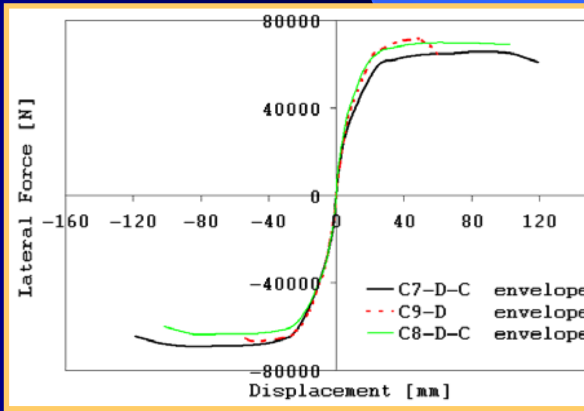




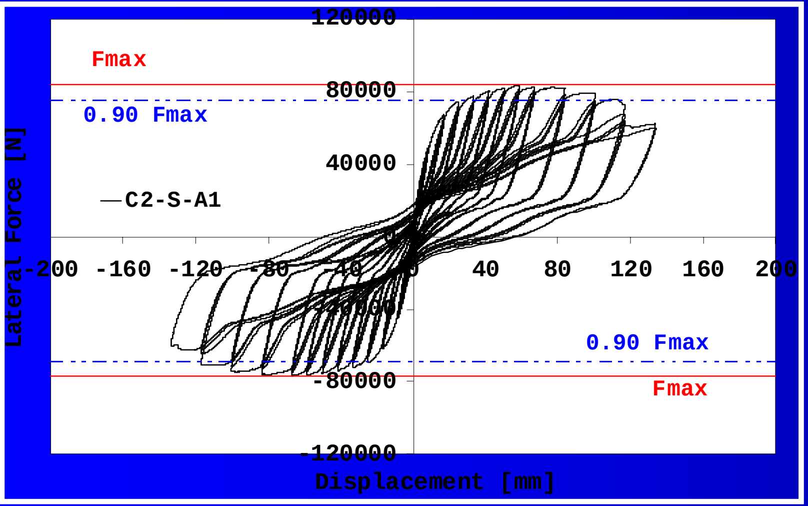
Column reinforced with deformed rebars (barre ad ader. migliorata)

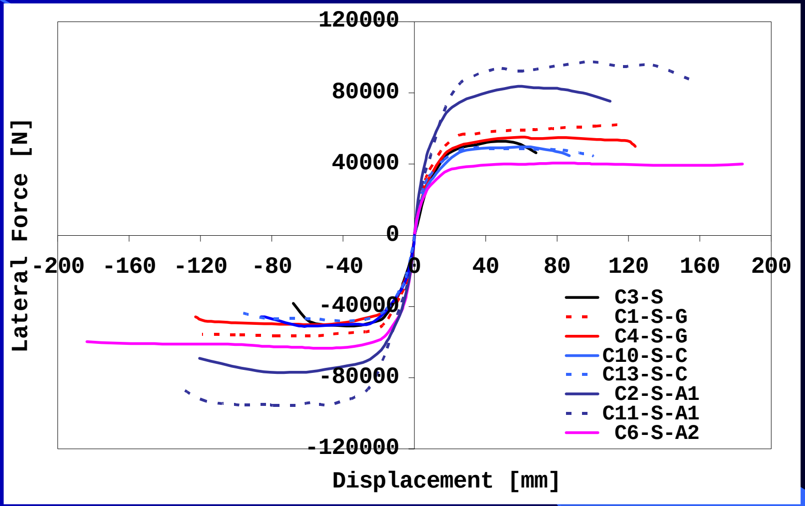


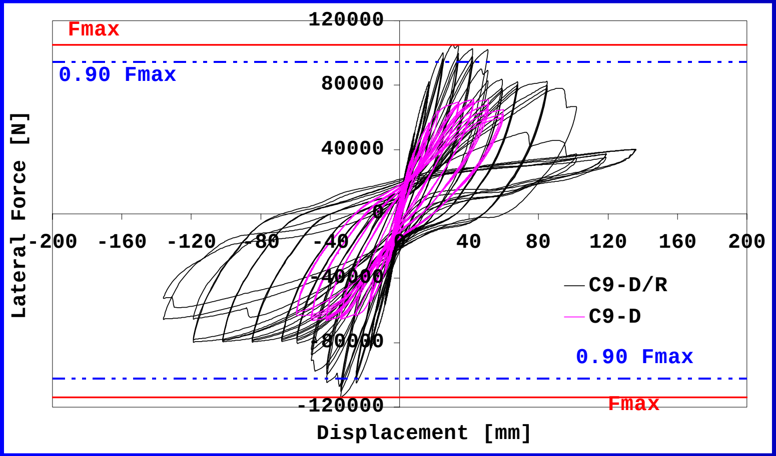


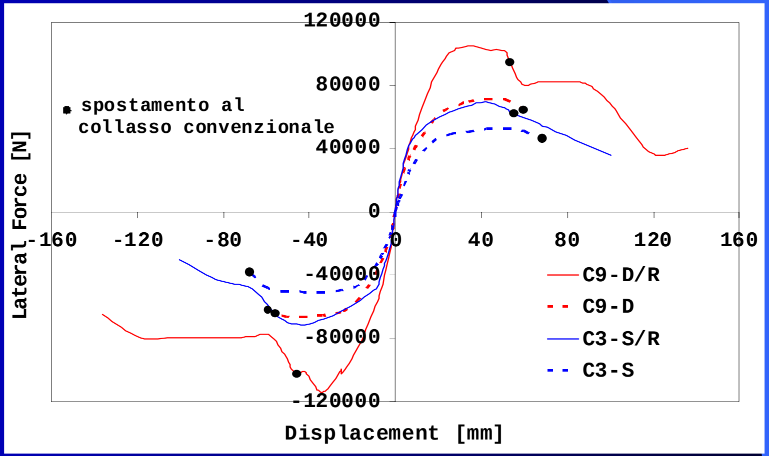


Hysteretic loops and load-displacement envelopes









ORDINE DEGLI INGEGNERI

Corso di aggiornamento sulla normativa sismica

gen. 2006 – mar. 2007

STATO LIMITE ULTIMO PER TENSIONI NORMALI

Prof. Ciro FAELLA

Dipartimento di Ingegneria Civile

Università di Salerno