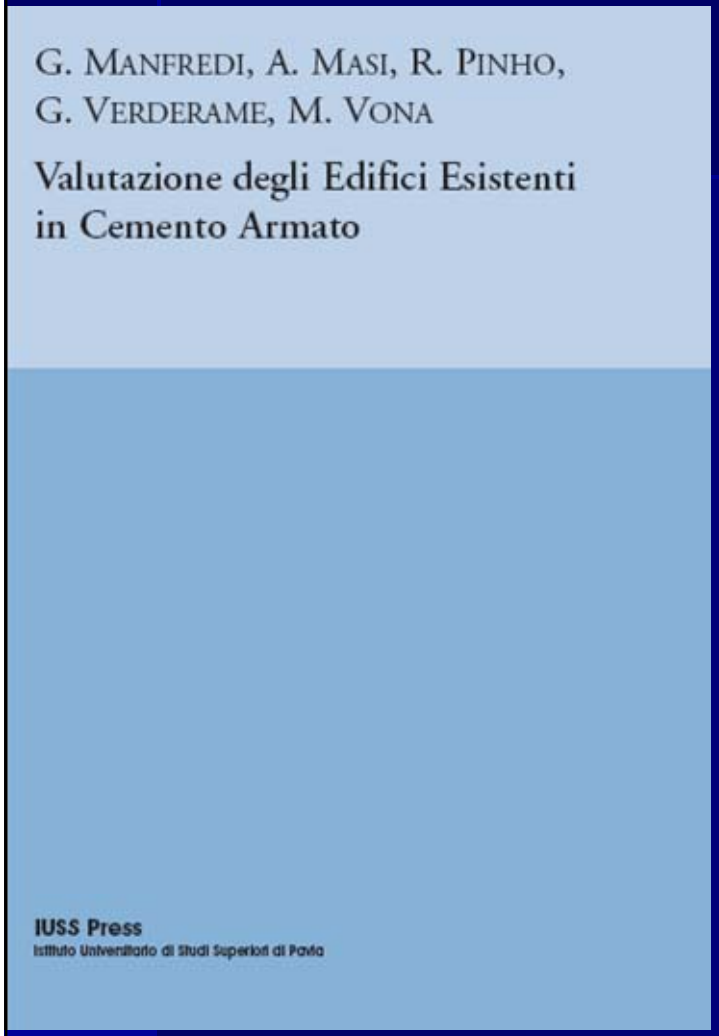
Edifici esistenti (in c.a): metodologie di calcolo per la valutazione della sicurezza sismica

Prof. Ing. Gaetano Manfredi

Dipartimento di Ingegneria Strutturale - Università degli Studi di Napoli Federico II

Edifici esistenti: manuale



www. reluis.it

1 Stati limite e criteri di verifica

2 Le informazioni necessarie per la valutazione

3 L'individuazione delle caratteristiche della struttura

4 La determinazione delle proprieta' dei materiali

5 La valutazione della sicurezza

6 I metodi di analisi e le condizioni di applicabilità

7 Verifiche di sicurezza

8 Gli esempi applicativi

8.1 Un esempio di progettazione simulata

8.2 Valutazione con modello a plasticità concentrata

8.3 Valutazione con modello plasticità diffusa

1.Generalità

Gli edifici esistenti si distinguono da quelli di nuova progettazione per gli aspetti seguenti:

- Il progetto riflette lo stato delle conoscenze al tempo della loro costruzione.
- Il progetto può contenere difetti di impostazione concettuale e di realizzazione non immediatamente visibili.
- Tali edifici possono essere stati soggetti a terremoti passati o di altre azioni accidentali i cui effetti non sono manifesti.

1.Generalità

La valutazione della sicurezza ed il progetto degli interventi sono normalmente affetti da un grado di incertezza diverso da quello degli edifici di nuova progettazione.

Ciò comporta l'impiego di:

- **fattori di confidenza** adeguati nelle verifiche di sicurezza
- **metodi di analisi** e di verifica appropriati
- la completezza e affidabilità **dell'informazione disponibile.**

1.Generalità

- **Valutazione di sicurezza sismica è obbligatoria se:**
  - ✓ Si sopraeleva o si amplia l'edificio
  - ✓ Si modificano le destinazioni con incremento dei carichi superiori al 20%
  - ✓ Si eseguono interventi strutturali che modificano l'organismo strutturale
- **Valutare la sicurezza significa:**
  - ✓ Procedere quantitativamente a stabilire se un edificio è in grado di resistere alle azioni sismiche di progetto

2.Requisiti di sicurezza

La valutazione della sicurezza degli edifici esistenti richiede in generale la considerazione di uno **stato limite aggiuntivo** rispetto a quelli di nuova progettazione, in quanto essi di regola non soddisfano né i principi di gerarchia delle resistenze né posseggono adeguata duttilità.

- **Stato limite di Danno Limitato (DL)**
- **Stato limite di Danno Severo (DS)**
- **Stato limite di Collasso (CO)**

2.Requisiti di sicurezza

Stato limite di Danno Limitato (DL)

- ✓ i danni alla struttura sono di modesta entità senza significative escursioni in campo plastico.
- ✓ Resistenza e rigidezza degli elementi portanti non sono compromesse e non sono necessarie riparazioni.
- ✓ Gli elementi non strutturali presentano fessurazioni diffuse suscettibili di riparazioni di modesto impegno economico.
- ✓ Le deformazioni residue sono trascurabili.

2.Requisiti di sicurezza

Stato limite di Danno Severo (DS)

- ✓ la struttura presenta danni importanti, con significative riduzioni di resistenza e rigidezza laterali.
- ✓ Gli elementi non strutturali sono danneggiati ma senza espulsione di tramezzi e tamponature.
- ✓ Data la presenza di deformazioni residue la riparazione dell'edificio risulta in genere economicamente non conveniente

2.Requisiti di sicurezza

Stato limite di Collasso (CO)

- ✓ la struttura è fortemente danneggiata, con ridotte caratteristiche di resistenza e rigidezza laterali residue, appena in grado di sostenere i carichi verticali.
- ✓ La maggior parte degli elementi non strutturali sono distrutti.
- ✓ L'edificio presenta un fuori piombo significativo e appena in grado di sostenere i carichi verticali.

3.Criteri di verifica

Nella progettazione di edifici nuovi, il rispetto del principio di gerarchia delle resistenze consente una suddivisione preventiva tra :

- elementi duttili (tipicamente le travi) dimensionati per sviluppare cerniere plastiche atte alla dissipazione dell'energia sismica;

- elementi a bassa duttilità locale (tipicamente le colonne), dimensionati per rimanere in campo elastico.

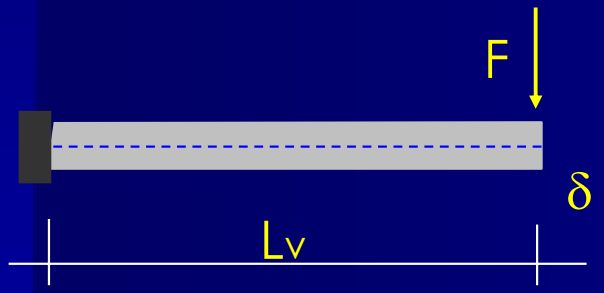
Al contrario, per ciò che concerne la verifica degli **edifici esistenti**, una simile distinzione preventiva degli elementi è priva di senso, in quanto non soddisfano i principi di gerarchia delle resistenze

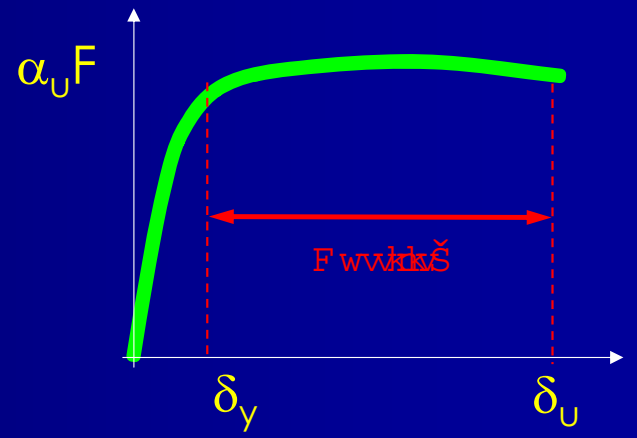
3.Criteri di verifica

Elementi/meccanismi duttili

Un elemento strutturale può definirsi "duttile" se la crisi è attinta mediante attingimento di un meccanismo di tipo flessionale.

In generale, la verifica degli elementi "duttili", viene eseguita confrontando gli effetti indotti dalle azioni sismiche in termini di deformazioni con le rispettive capacità espresse in termini di limiti di deformabilità.

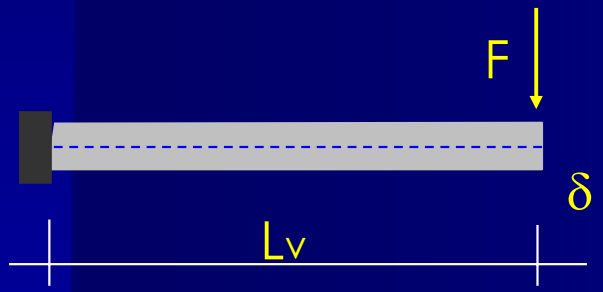


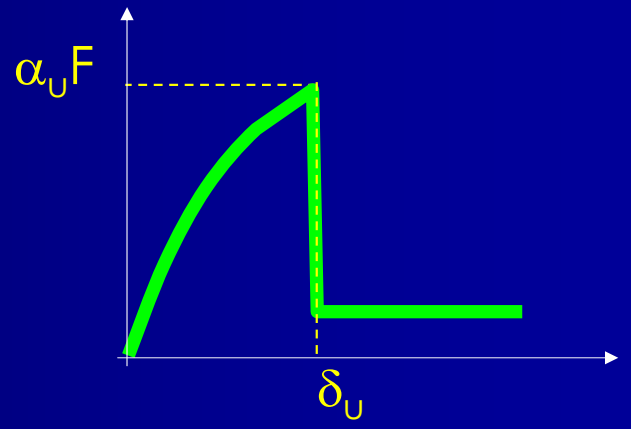


3.Criteri di verifica

Elementi/meccanismi fragili

Un elemento strutturale può definirsi "fragile" se la crisi è attinta mediante attingimento di un meccanismo a taglio.
La verifica degli elementi "fragili" viene eseguita confrontando gli effetti indotti dalle azioni sismiche in termini di forze con le rispettive capacità espresse in termini resistenze.





3.Criteri di verifica

In generale:

- la verifica degli elementi "duttili" viene eseguita confrontando gli effetti indotti dalle azioni sismiche in ***termini di deformazioni*** con le rispettive capacità espresse in ***termini di limiti di deformabilità***;

- la verifica degli elementi "fragili" viene eseguita confrontando gli effetti indotti dalle azioni sismiche in ***termini di forze*** con le rispettive capacità espresse in ***termini resistenze***.

3.Criteri di verifica

- **Valutazione delle capacità degli elementi strutturali**

La valutazione delle capacità è subordinata allo stato limite (SL) richiesto e al tipo di elemento duttile/fragile.

Per il calcolo delle capacità degli elementi duttili:
si utilizzano i **valori medi** delle proprietà dei materiali esistenti, divisi per il **Fattore di Confidenza** in relazione al livello di conoscenza raggiunto.

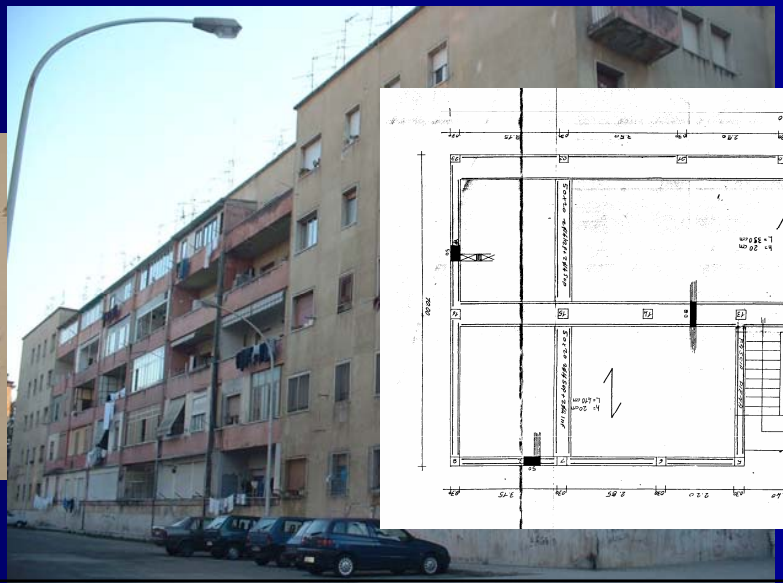
Per il calcolo delle capacità degli elementi fragili
si utilizzano i **valori medi** delle proprietà dei materiali esistenti, divisi per il **Fattore di Confidenza** in relazione al livello di conoscenza raggiunto, e divisi per il **coefficiente parziale** relativo.

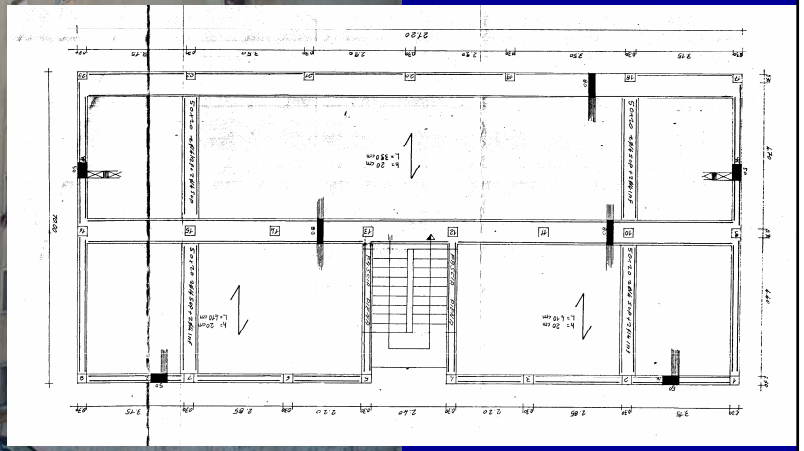
4. I dati necessari per la valutazione

Le fonti di informazione

Le fonti da considerare per la acquisizione dei dati necessari sono

- ✓Documenti di progetto
- ✓Rilievo strutturale
- ✓Prove in situ e in laboratorio





4. I dati necessari per la valutazione

Tipologia del dato

- ✓ Definizione dell'organismo e verifica di regolarità
- ✓ Strutture di fondazione
- ✓ Categoria di suolo
- ✓ Geometria e dimensione della struttura portante
- ✓ Caratteristiche meccaniche delle parti strutturali
- ✓ Difetti nei particolari costruttivi e nei materiali
- ✓ Norme vigenti all'epoca del progetto
- ✓ Destinazione d'uso e categoria di importanza
- ✓ Eventuali danni subiti in precedenza e riparazioni effettuate

4. I dati necessari per la valutazione

La quantità e qualità dei dati acquisiti determina:

- ✓ il metodo di analisi
- ✓ i fattori di confidenza da applicare alle proprietà dei materiali da adoperare nelle verifiche di sicurezza

Ai fini della scelta del tipo di analisi e dei valori dei fattori di confidenza si distinguono i tre livelli di conoscenza seguenti:

LC1: Conoscenza Limitata

LC2: Conoscenza Adeguata

LC3: Conoscenza Accurata

4. I dati necessari per la valutazione

Gli aspetti che definiscono i livelli di conoscenza sono:

Geometria: le caratteristiche geometriche degli elementi strutturali;

Dettagli strutturali: quantità e disposizione delle armature (c.a.), collegamenti (acciaio), collegamenti tra elementi strutturali diversi, consistenza degli elementi non strutturali collaboranti;

Materiali: proprietà meccaniche dei materiali.

4. I dati necessari per la valutazione

LC1: Livello di Conoscenza Limitata

Geometria: la geometria della struttura è nota o in base a un rilievo o dai disegni originali.

Dettagli costruttivi: i dettagli non sono disponibili da disegni costruttivi e devono venire ricavati sulla base di un ***progetto simulato*** eseguito secondo la pratica dell'epoca della costruzione.

Proprietà dei materiali: non sono disponibili informazioni sulle caratteristiche meccaniche dei materiali, né da disegni costruttivi né da certificati di prova.
Si adotteranno valori usuali della pratica costruttiva dell'epoca convalidati da **limitate** prove in-situ.

4. I dati necessari per la valutazione

LC2: Livello di Conoscenza Adeguata

Geometria: la geometria della struttura è nota o in base a un rilievo o dai disegni originali. In quest'ultimo caso un rilievo visivo a campione dovrà essere effettuato per verificare l'effettiva corrispondenza del costruito ai disegni.

Dettagli costruttivi: i dettagli sono noti da un**'estesa** verifica in-situ oppure parzialmente noti dai disegni costruttivi originali incompleti.

Proprietà dei materiali: informazioni sulle caratteristiche meccaniche dei materiali sono disponibili in base ai disegni costruttivi o ai certificati originali di prova, o da **estese** verifiche in-situ.

4. I dati necessari per la valutazione

LC3: Livello di Conoscenza Accurata

Geometria: la geometria della struttura è nota o in base a un rilievo o dai disegni originali. In quest'ultimo caso un rilievo visivo a campione dovrà essere effettuato per verificare l'effettiva corrispondenza del costruito ai disegni.

Dettagli costruttivi: i dettagli sono noti o da **un'esaustiva** verifica in-situ oppure dai disegni costruttivi originali.

Proprietà dei materiali: informazioni sulle caratteristiche meccaniche dei materiali sono disponibili in base ai disegni costruttivi o ai certificati originali, o da **esaustive** verifiche in-situ.

LIVELLI DI CONOSCENZA

informazione disponibile / metodi di analisi ammessi / fattori di confidenza

Livello di Conoscenza	Geometria (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC
LC1	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo completo	Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca e *limitate* verifiche in-situ	Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca e *limitate* prove in-situ	Analisi lineare statica o dinamica	1.35
LC2		Disegni costruttivi incompleti con *limitate* verifiche in situ oppure *estese* verifiche in-situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali[1] con *limitate* prove in-situ oppure *estese* prove in-situ	Tutti	1.20
LC3		Disegni costruttivi completi con *limitate* verifiche in situ oppure *esaustive* verifiche in-situ	Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto con *estese* prove in situ oppure *esaustive* prove in-situ	Tutti	1.00

4. I dati necessari per la valutazione

Livelli di prove materiali

	Prove (sui materiali) [b][c]
	rimario" (trave, pilastro…)
Verifiche limitate	1 provino di cls. per 300 m^2 di piano dell'edificio, 1 campione di armatura per piano dell'edificio
Verifiche estese	2 provini di cls. per 300 m^2 di piano dell'edificio, 2 campioni di armatura per piano dell'edificio
Verifiche esaustive	3 provini di cls. per 300 m^2 di piano dell'edificio, 3 campioni di armatura per piano dell'edificio

4. I dati necessari per la valutazione

Livelli di rilievo dei dettagli costruttivi

	Rilievo (dei dettagli costruttivi)[(a)]	
	Per ogni tipo di elemento “p	
Verifiche limitate	La quantità e disposizione dell’armatura è verificata per almeno il 15% degli elementi	
Verifiche estese	La quantità e disposizione dell’armatura è verificata per almeno il 35% degli elementi	
Verifiche esaustive	La quantità e disposizione dell’armatura è verificata per almeno il 50% degli elementi	

TIPOLOGIE DI PROVE PER STRUTTURE IN C.A.

Informazione richiesta	Tipologie di prova disponibili
Comportamento statico e resistenza elementi strutturali inflessi (solai e travi)	▪ **Prove di carico** con misura delle deformazioni
Resistenza del calcestruzzo	▪ **Carotaggi e microcarotaggi** con prove di rottura a compressione ▪ **Metodi ultrasonici** ▪ **Metodo sclerometrico e SonReb** ▪ **Prove di pull-out**
Degrado calcestruzzo	▪ **Prove** per la determinazione della profondità **di carbonatazione** ▪ **Analisi chimiche**

Carotaggi e microcarotaggi

- Estrazione in situ di carote ϕ100 (o microcarote ϕ60) da elementi in calcestruzzo
- Prove di rottura a compressione (in laboratorio)
- Correlazione tra la resistenza misurata sulla carota e la resistenza cubica a compressione (British Standard):

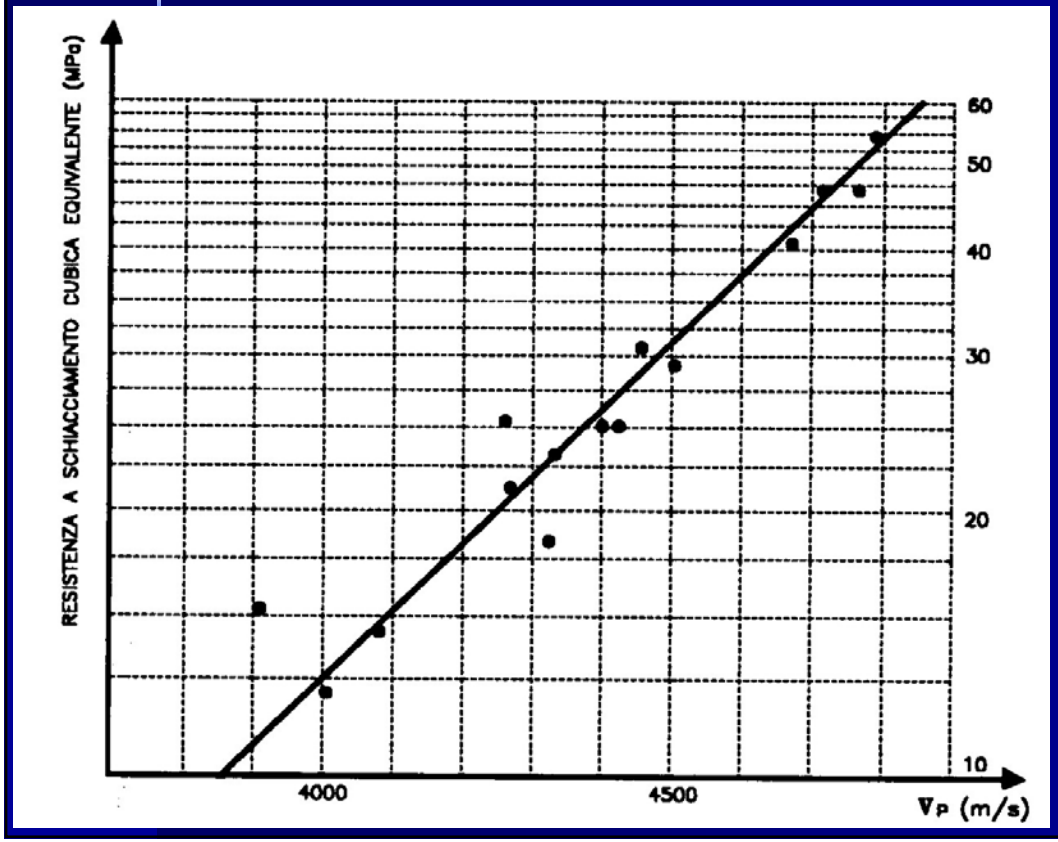
$$R_{cub} = R_{carota} \cdot \frac{2.5}{1.5 + \phi / h}$$

per prelievo orizzontale, con f ed *h* diametro ed altezza della carota (in genere $\phi/h = 0.5$).

- **N.B.: E' una prova "distruttiva":** occorre stabilire con oculatezza il numero e la localizzazione dei prelievi.

Prove ultrasoniche

Procedimento di misura indiretta della resistenza a compressione mediante **correlazione con i risultati dei carotaggi**:



- ✓ misura della velocità di propagazione delle onde nei siti sede di carotaggio (e/o misura sulle carote estratte);
- ✓ costruzione della curva di correlazione velocità-resistenza;

Prove ultrasoniche

- ✓ l'analisi viene completata con la misura della velocità di propagazione in altre parti della struttura, ottenendosi una informazione indiretta sui valori e sulla omogeneità della distribuzione delle resistenze del calcestruzzo nella struttura.

Tabella con valori indicativi di correlazione velocità-resistenza

TABELLA 6

Esempio di correlazione Vp - qualità del calcestruzzo (Rc) secondo SAWCZUK [28]

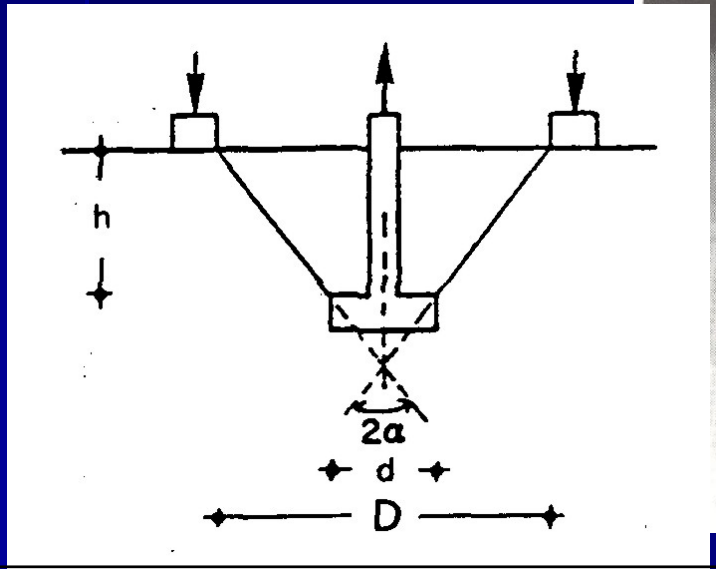
Qualità	Vp (km/s)	Rc (MPa)
Eccellente	4.0÷4.5	circa 40
Buona	3.5÷4.0	circa 25
Discutibile	3.0÷3.5	circa 10
Scadente	2.0÷3.0	circa 4
Molto scadente	< 2.0	----

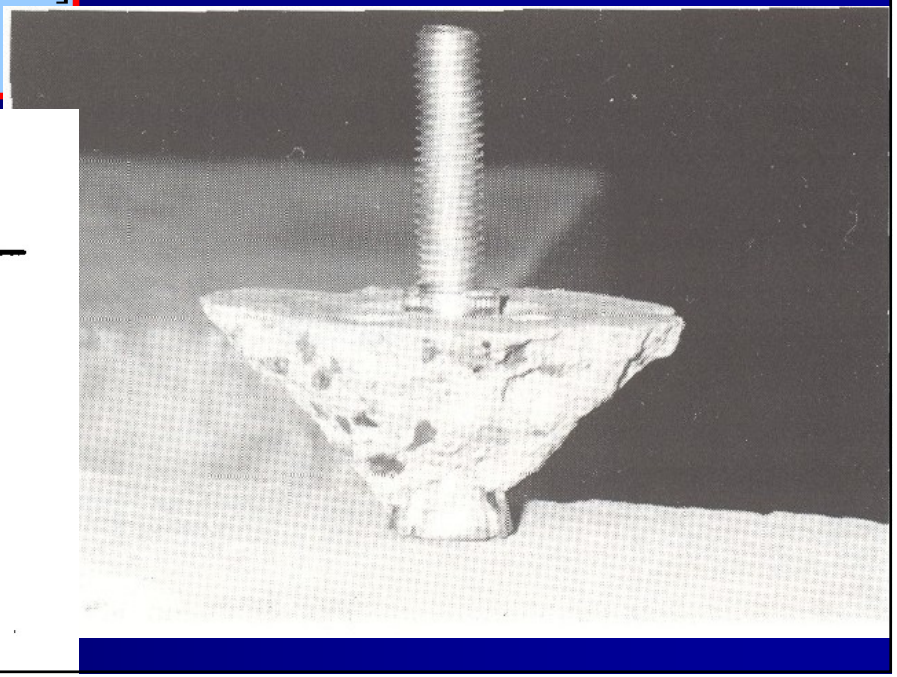
N.B.: PROVA "NON DISTRUTTIVA"

Prove di pull-out sul calcestruzzo

Si misura la forza di estrazione di un tassello appositamente inserito nelcalcestruzzo e si ottiene una stima della resistenza del calcestruzzo in situ utilizzando la seguente correlazione:

$$R_{cub} = 9.41 + 0.92 \cdot F \quad [N/mm^2]$$
$$(F \ in \ kN)$$





Prove sull'acciaio

- **prelievo di campioni di barre di armatura** da elementi strutturali significativi (preferibilmente in zone poco sollecitate);
- **prove di trazione** (in laboratorio) con determinazione diretta della resistenza a trazione dell'acciaio e dell'allungamento a rottura;
- **prova di tipo "distruttivo"**: è necessario l'immediato ripristino delle armature prelevate mediante saldatura di nuovi monconi di armatura alle armature esistenti nelle zone di prelievo;

4. I dati necessari per la valutazione

I fattori di confidenza servono a un duplice scopo:

- **a definire le resistenze dei materiali da utilizzare nelle formule di capacità degli elementi duttili e fragili.** Le resistenze medie, ottenute dalle prove in situ e dalle informazioni aggiuntive, sono divise per i fattori di confidenza;

- **a definire le sollecitazioni trasmesse dagli elementi duttili a quelli fragili.** A tale scopo, le resistenze medie degli elementi duttili, ottenute dalle prove in situ e dalle informazioni aggiuntive, sono moltiplicate per i fattori di confidenza.

5. L'azione sismica

Azione sismica

- ✓Per gli SL di **Danno Severo e Danno Limitato** l'azione sismica da adottare per la valutazione è quella per gli edifici nuovi.
- ✓Le azioni per lo **SL di Collasso** si ottengono amplificando per 1.50 i valori indicati per lo SL di Danno Severo

6. Metodi di analisi

Gli effetti dell'azione sismica, da **combinare** con gli altri carichi permanenti e variabili, possono essere valutati con i seguenti metodi di analisi:

6.1.Analisi Lineare

6.1.1 Analisi statica lineare

6.1.2 Analisi dinamica modale

6.2 Analisi Lineare con fattore di struttura q

6.2.1 Analisi statica lineare

6.2.2 Analisi dinamica modale

6.3 Analisi Statica Non Lineare

6. Metodi di analisi

Combinazione dell'azione sismica con le altre azioni

La verifica allo stato limite deve essere effettuata per la seguente combinazione degli effetti della azione sismica con le altre

$$F_d = \gamma_I E + G_k + \Sigma_i \ \Psi_{j_i} \cdot Q_{ki}$$

essendo:

$\gamma_1 \cdot E$ l'azione sismica per lo stato limite in esame; (γ_1 =fattore di importanza)

G_k il valore caratteristico delle azioni permanenti;

Qk_i il valore caratteristico della azione variabile Q_i;

Y_{ji}= Y_{2i} coefficiente di combinazione che fornisce il valore quasi permanente della azione variabile Q_i

Y_{0i} coefficiente di combinazione che fornisce il valore raro della azione variabile Qi

6. Metodi di analisi

Il peso complessivo della costruzione, W varia a seconda dello stato limite con la seguente espressione:

$$G_k + \Sigma_i \left(\Psi_{Ei} \cdot Q_{ki} \right)$$

ψ_{Ei} è un coefficiente di combinazione dell'azione variabile Q_i ed è pari:

Destinazione d'uso	ψ_{2i}
Abitazione,Uffici	0,30
Uffici aperti al pubblico, Scuole, Negozi, Autorimesse	0,60
Tetti e coperture con nevi	0,20
Magazzini, Archivi, scale	0,80
Vento	0,00

Carichi ai piani		Φ
Carichi indipendenti	Ultimo piano	1,0
	Altri piani	0,5
Archivi Carichi correlati ad alcuni piani	Ultimo piano	1,0
	Piani con carichi correlati	0,8
	Altri piani	0,5

6. Metodi di analisi

6.1.Analisi Lineare

6.1.1 Analisi statica lineare

6.1.2 Analisi dinamica modale

6.2 Analisi Lineare con fattore di struttura q

6.2.1 Analisi statica lineare

6.2.2 Analisi dinamica modale

6.3 Analisi Statica Non Lineare

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Condizioni di applicabilità (1)

Regolarità in pianta a condizione che il primo periodo della struttura $T_1 \leq 2.5T_c$ con:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4}$$

H : altezza edificio ≤ 40 m

C_1 : 0.085 struttura intelaiata acciaio

0.075 struttura intelaiata in c.a.

0.050 altri

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Azione sismica: Spettro di progetto

In particolare, lo spettro di progetto da adoperarsi (in termini di accelerazioni) è subordinato allo stato limite in esame, ossia:

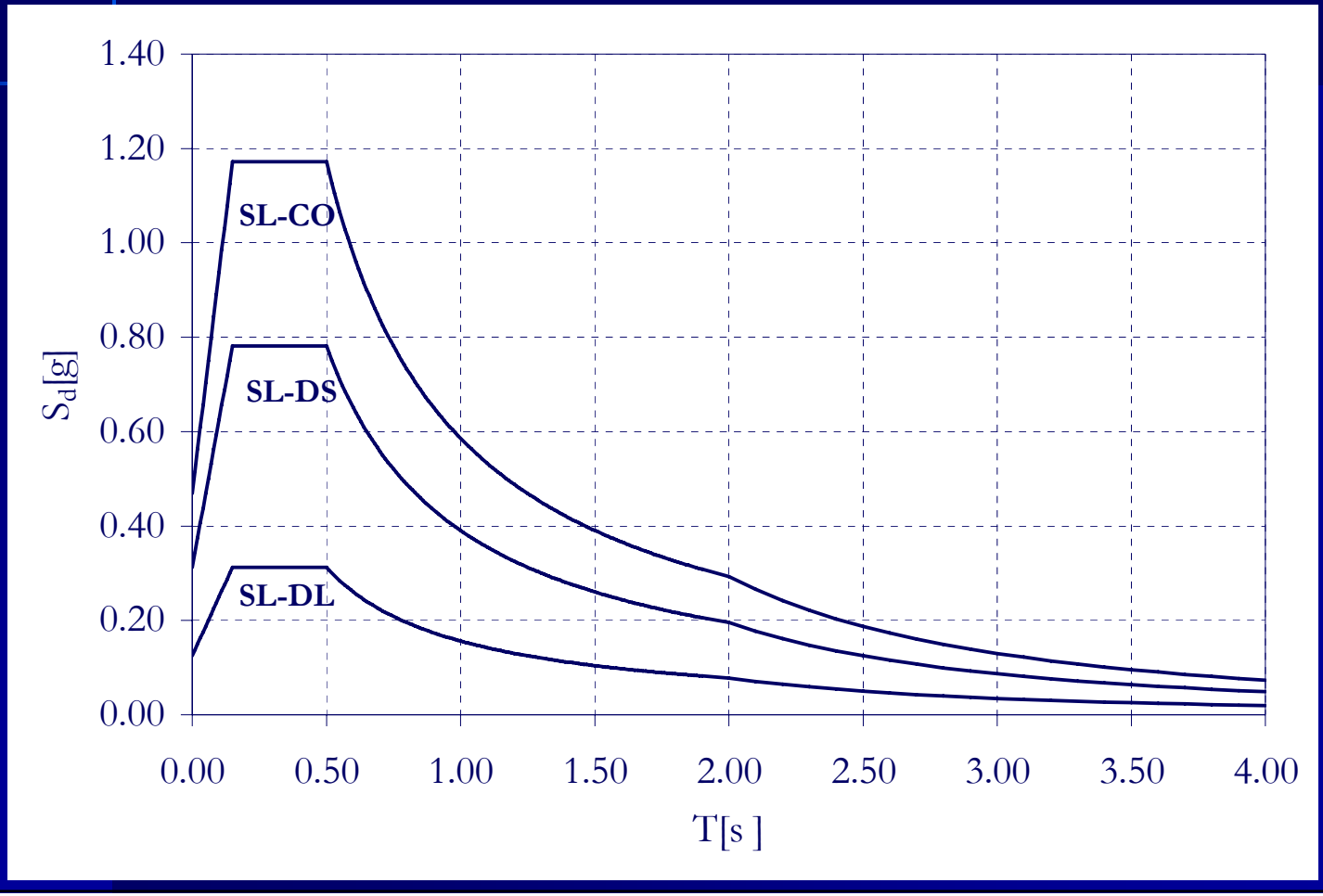
-**SL di DL** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico ridotto di un fattore pari a 2.50;

-**SL di DS** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico;

- **SL di CO** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico amplificato di un fattore pari a 1.50.

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Azione sismica: Spettro di progetto



6.1.1 Analisi Statica Lineare

Esecuzione dell'analisi

L'analisi consiste nell'applicare, un sistema di forze distribuite lungo l'altezza, nel baricentro degli impalcati, assumendo una distribuzione lineare e proporzionale ai pesi:

$$F_i = F_h \frac{(z_i \cdot W_i)}{\Sigma(z_j \cdot W_j)}$$

$$F_h = S_d(T_1) \cdot W \cdot \lambda / g$$

Sd(T1) ordinata dello spettro di risposta di progetto, calcolato per i tre SL;

W peso complessivo della costruzione che varia a seconda degli SL ;

λ coefficiente pari a *0,85* se l'edificio ha almeno tre piani e se T1<2Tc, pari a 1,0 in tutti gli altri casi;

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Combinazione delle componenti dell'azione sismica

Nel caso di analisi lineari (statica e modale) i valori massimi della risposta ottenuti da ciascuna delle due azioni orizzontali applicate separatamente sono combinati sommando, ai massimi ottenuti per l'azione applicata in una direzione, il 30% dei massimi ottenuti per l'azione applicata nell'altra direzione

$$E_{totx} = E_X + 0.30E_Y$$

$$E_{toty} = E_Y + 0.30E_X$$

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Condizioni di applicabilità (2)

- Indicando con $\rho_i = D_i/C_i$ il rapporto tra il momento flettente fornito dall'analisi della struttura soggetta alla combinazione di carico sismica, e il corrispondente momento resistente (valutato con lo sforzo normale relativo alle condizioni di carico gravitazionali) dell'i-esimo elemento primario della struttura, e con ρ_{max} e ρ_{min} rispettivamente i valori massimo e minimo di tutti i ρ_i **>2** considerando tutti gli elementi primari della struttura, il rapporto non supera il valore 2.5;

- La capacità C_i degli elementi/meccanismi fragili è maggiore della corrispondente domanda D_i, quest'ultima calcolata sulla base della resistenza degli elementi duttili adiacenti, se il loro ρ_i è maggiore di 1, oppure sulla base dei risultati dell'analisi se il loro ρ_i è minore di 1.

6.1.1 Analisi Statica Lineare

Condizioni di applicabilità (2)

- Indicando con $\rho_i = D_i/C_i$ il rapporto tra il momento flettente fornito dalla struttura soggetta alla combinazione di carico e il corrispondente momento resistente (valutato allo sforzo normale relativo alle condizioni di carico considerazionali) dell'i-esimo elemento primario della struttura e con ρ_{max} e ρ_{min} rispettivamente i valori massimo e minimo di tutti i ρ_i **>2** considerando tutti gli elementi primari della struttura, il rapporto non supera il valore 2.5;

Impegno plastico uniforme

- La capacità degli elementi/meccanismi fragili è maggiore della corrispondente domanda D_i, quest'ultima calcolata sulla base della resistenza degli elementi duttili adiacenti, se il loro ρ_i è maggiore di 1, oppure sulla base dei risultati dell'analisi se il loro è minore di 1.

Assenza crisi fragili

6. Metodi di analisi

6.1.Analisi Lineare

6.1.1 Analisi statica lineare

6.1.2 Analisi dinamica modale

6.2 Analisi Lineare con fattore di struttura q

6.2.1 Analisi statica lineare

6.2.2 Analisi dinamica modale

6.3 Analisi Statica Non Lineare

6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Azione sismica: Spettro di progetto

In particolare, lo spettro di progetto da adoperarsi (in termini di accelerazioni) è subordinato allo stato limite in esame, ossia:

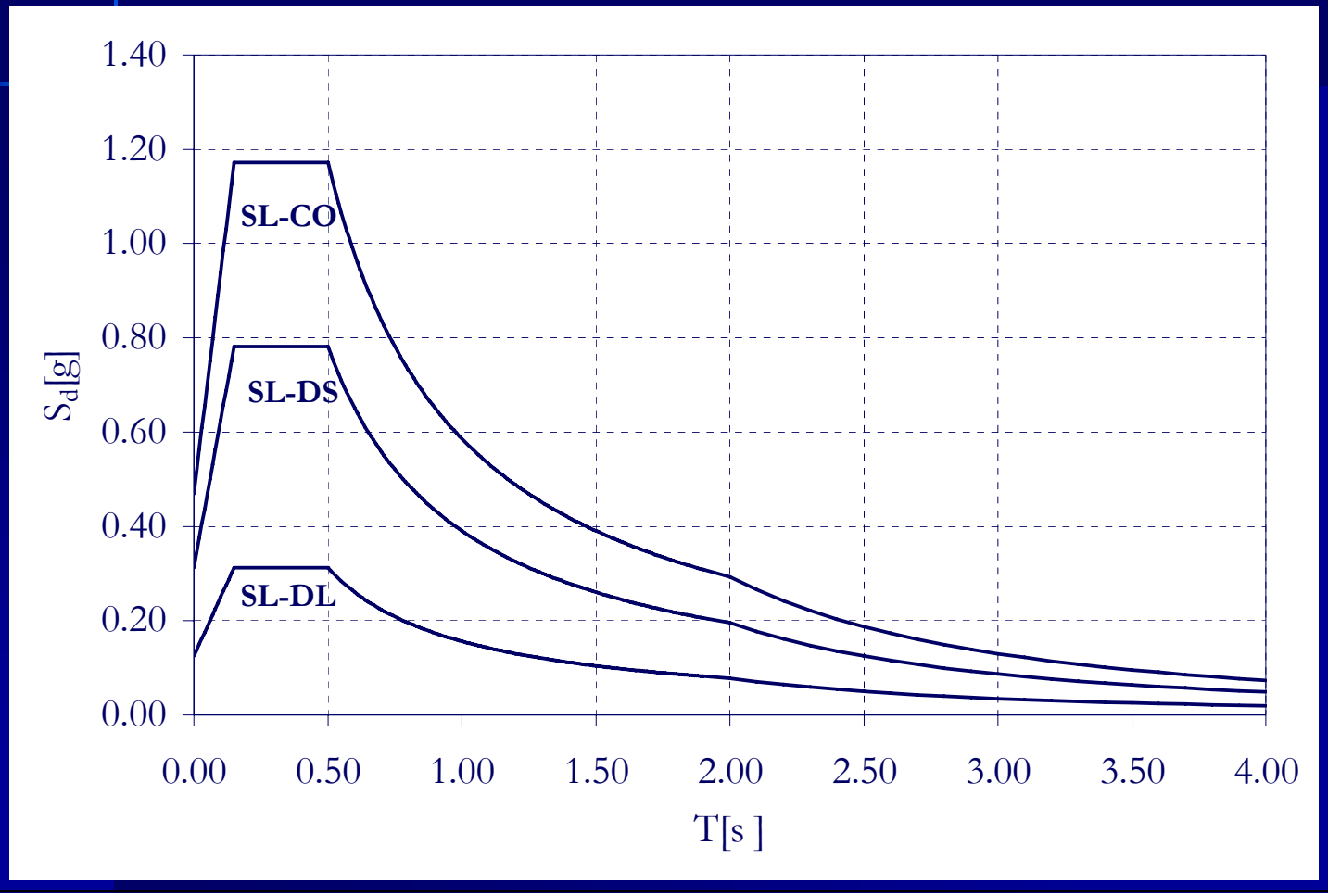
-**SL di DL** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico ridotto di un fattore pari a 2.50;

-**SL di DS** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico;

- **SL di CO** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico amplificato di un fattore pari a 1.50.

6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Azione sismica: Spettro di progetto



6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Esecuzione dell'analisi

Vanno considerati tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% oppure un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore all'85%.

La combinazione dei modi può essere effettuata mediante:

- SRSS a condizione che il periodo di vibrazione di ciascun modo differisca di almeno il 10% da tutti gli altri:

$$E = \sqrt{\sum E_i^2}$$

- una combinazione quadratica completa (CQC):

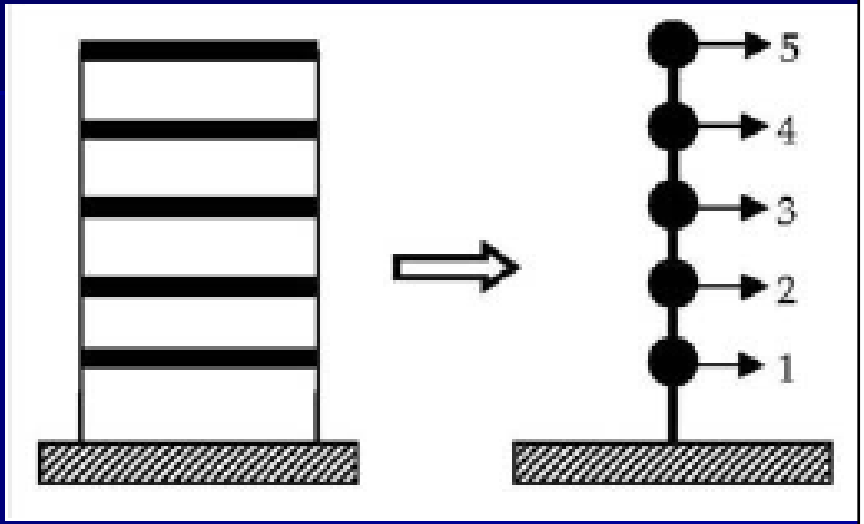
$$E = \sqrt{\Sigma_i \Sigma_j \rho_{ij} E_i E_j}$$

6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Alcune considerazioni

Sistema ad **n gradi di libertà** traslazionali (MDOF)

Oscillazioni libere in assenza di smorzamento



Equazione del moto:

$$[M]\{\ddot{U}\}+[K]\{U\}=\{0\}$$

(perchè si verifichino oscillazioni il sistema deve essere caricato al tempo t=0 da energia potenziale interna o da energia cinetica)

6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Alcune considerazioni

Effettuando l'analisi modale del sistema a più gradi di libertà si ottiene che il **vettore** {**U**}, soluzione dell'equazione del moto, è esprimibile come **combinazione lineare degli n vettori** $\{\Psi^{(i)}\}$, linearmente indipendenti, rappresentanti i **modi di vibrazione** del sistema

$$[M]\{\ddot{U}\}+[K]\{U\}=\{0\}$$

$$\{U\}=[X]\{p\}=\sum_{1}^{n}\{\Psi^{(i)}\}p_i$$

$$([K]-\omega^2[M])\{\Psi\}=\{0\}$$

[X] è una matrice contenente i vettori $\{\psi^{(i)}\}$ ordinati per colonna

p_i è una funzione armonica di frequenza ω_i

Tale sistema omogeneo di equazioni lineari ammette soluzione diversa dalla banale solo se

$$\det([K]-\omega^2[M])=0$$

6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Alcune considerazioni

$$\det([K]-\omega^2[M])=0$$

da tale equazione algebrica di grado n si ricavano le **n pulsazioni proprie** del sistema e, ritornando nel sistema omogeneo, per ogni pulsazione (frequenza angolare) ω_i si trova la **forma modale corrispondente** $\{\Psi^{(i)}\}$

$\omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \ldots\ldots \omega_n$

$\omega_i = 2\pi/T_i$

$T_1 \geq T_2 \geq T_3 \geq \ldots\ldots T_n$

periodo fondamentale

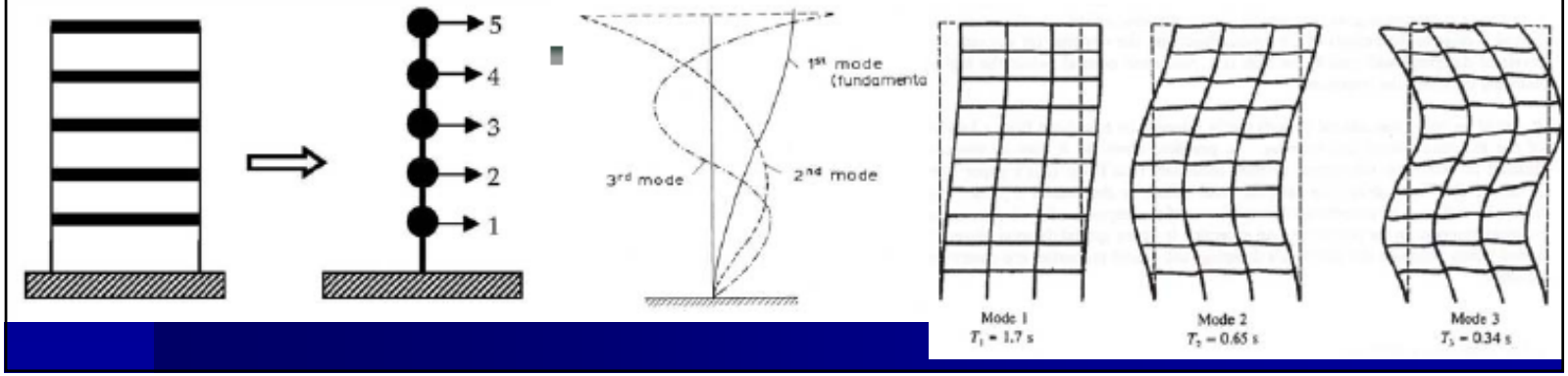
6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Alcune considerazioni

Quando il sistema oscilla secondo il modo di vibrazione i-mo si ha:

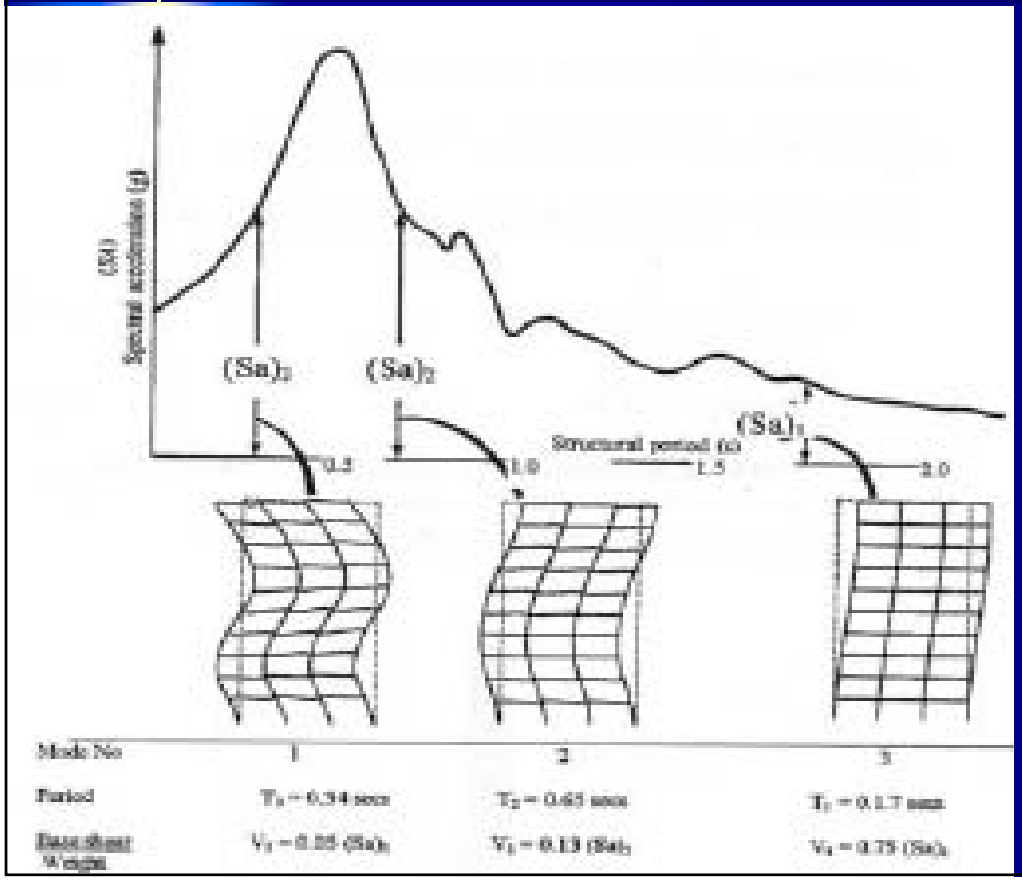
$$\{U\}=\{\Psi^{(i)}\}p_i$$

essendo p_i una funzione armonica, gli spostamenti si annullano tutti nello stesso istante, così come nello stesso istante assumono i valori massimi



6.1.2 Analisi Dinamica Modale

Alcune considerazioni



Con l'analisi modale, avendo posto

$$\{U\} = \sum_{1}^{n} \{\Psi^{(i)}\} p_i$$

si riguarda il moto come sovrapposizione del moto di tanti oscillatori semplici di pulsazione ω_i.

6.1 Analisi lineare: Verifiche di sicurezza

Determinazione delle azioni di progetto

Per gli elementi/ meccanismi "duttili"

le azioni di progetto D sono da intendersi **in termini di deformazioni** e sono, in generale, valutate dai risultati dell'analisi .

Per gli elementi/meccanismi "fragili"

le azioni di progetto D sono da intendersi **in termini di forze** e sono, in generale, valutate dai risultati dell'analisi mediante condizioni di equilibrio sulle sollecitazioni trasmesse dagli elementi/meccanismi "duttili".

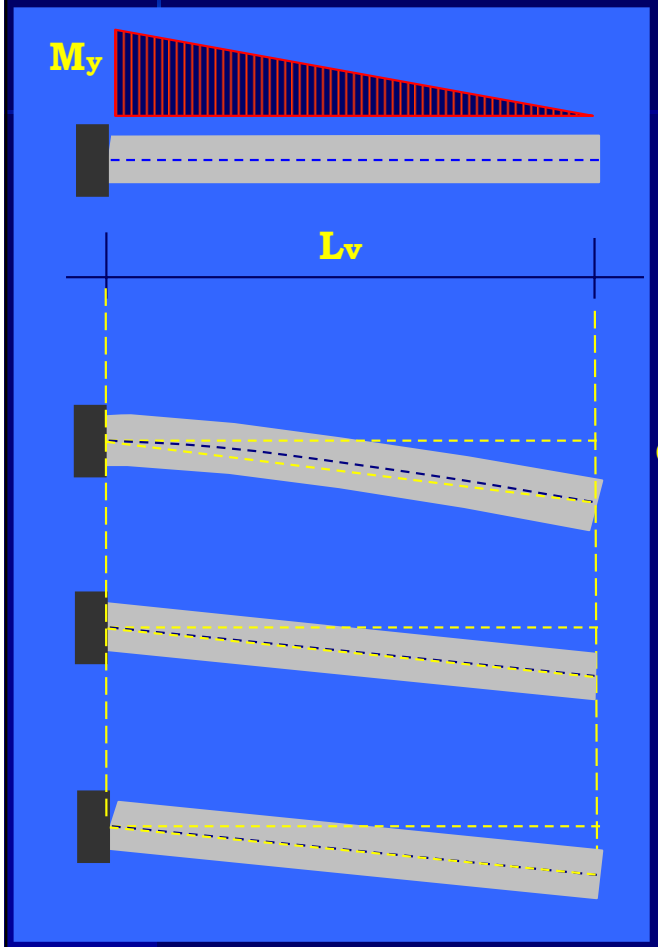
6.1 Analisi lineare: Verifiche di sicurezza

Valutazione delle capacità

La capacità di elementi/meccanismi "duttili"
è da intendersi in **termini di deformazioni (limiti di deformabilità ovvero capacità deformativa).**
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza.

La capacità di elementi/meccanismi "fragili"
è da intendersi in **termini di resistenze**.
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza e per il coefficiente di sicurezza parziale del materiale.

Modelli di capacità: elementi duttili



Rotazione di snervamento

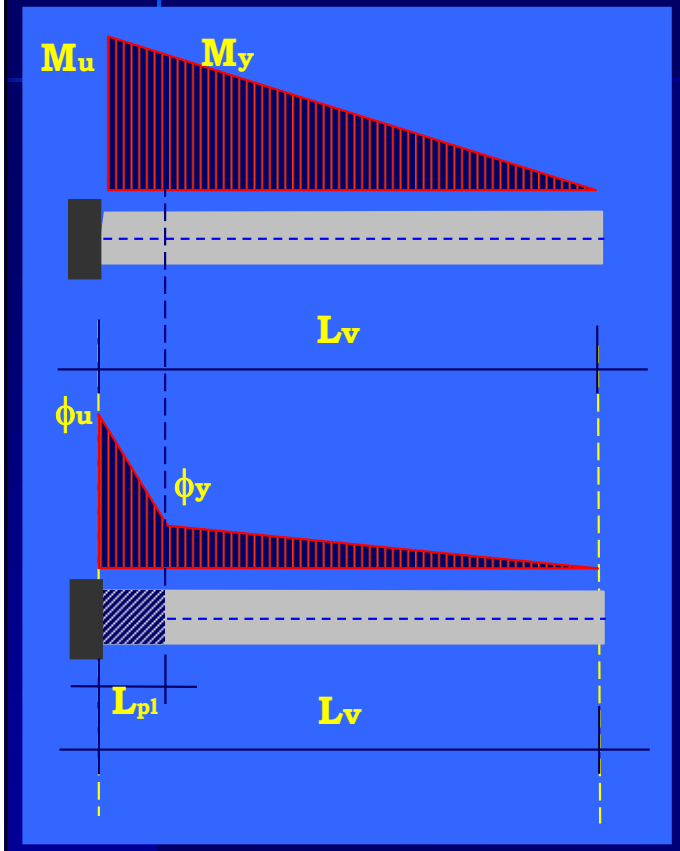
$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0{,}0013\left(1 + 1{,}5\frac{h}{L_V}\right) + 0{,}13\phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}}$$

Contributo flessionale

Contributo tagliante

Scorrimento delle barre

Modelli di capacità: elementi duttili



Rotazione ultima (1)

$$\theta_{um} = \frac{1}{\gamma_{el}} \left(\theta_y + (\varphi_u - \varphi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{0{,}5 L_{pl}}{L_V} \right) \right)$$

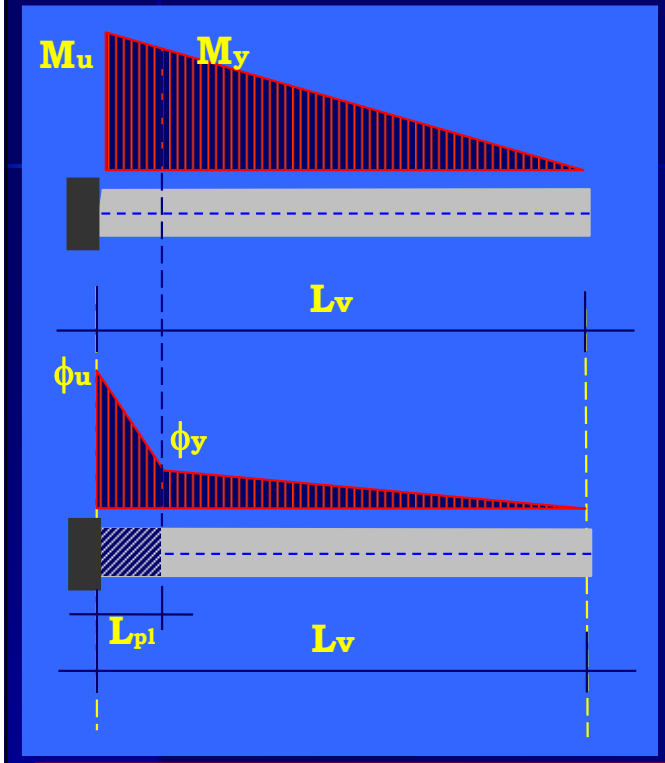
ϕ_y è la curvatura a snervamento valutata considerando la deformazione di snervamento dell'armatura tesa

ϕ_u è la curvatura ultima valutata considerando la deformazione ultima del cls

$$L_{pl} = 0{,}1 L_V + 0{,}17 h + 0{,}24 \frac{d_{bL} f_y(MPa)}{\sqrt{f_c(MPa)}}$$

Lunghezza di cerniera plastica

Modelli di capacità: elementi duttili



Rotazione ultima (2)

$\nu = N/(A_c f_c)$ lo sforzo assiale normalizzato agente su tutta la sezione Ac

$\omega = A_s f_y/(bhf_c)$ percentuali meccaniche di armatura

$\omega' = A_s' f_y/(bhf_c)$ percentuali meccaniche di armatura

$\rho_{sx} = A_{sx}/b_w s_h$ percentuale di armatura trasversale

ρ_d percentuale di eventuali armature diagonali

$\alpha = \left(1-\frac{s_h}{2b_o}\right)\left(1-\frac{s_h}{2h_o}\right)\left(1-\frac{\sum b_i^2}{6h_o b_o}\right)$ fattore di efficienza del confinamento

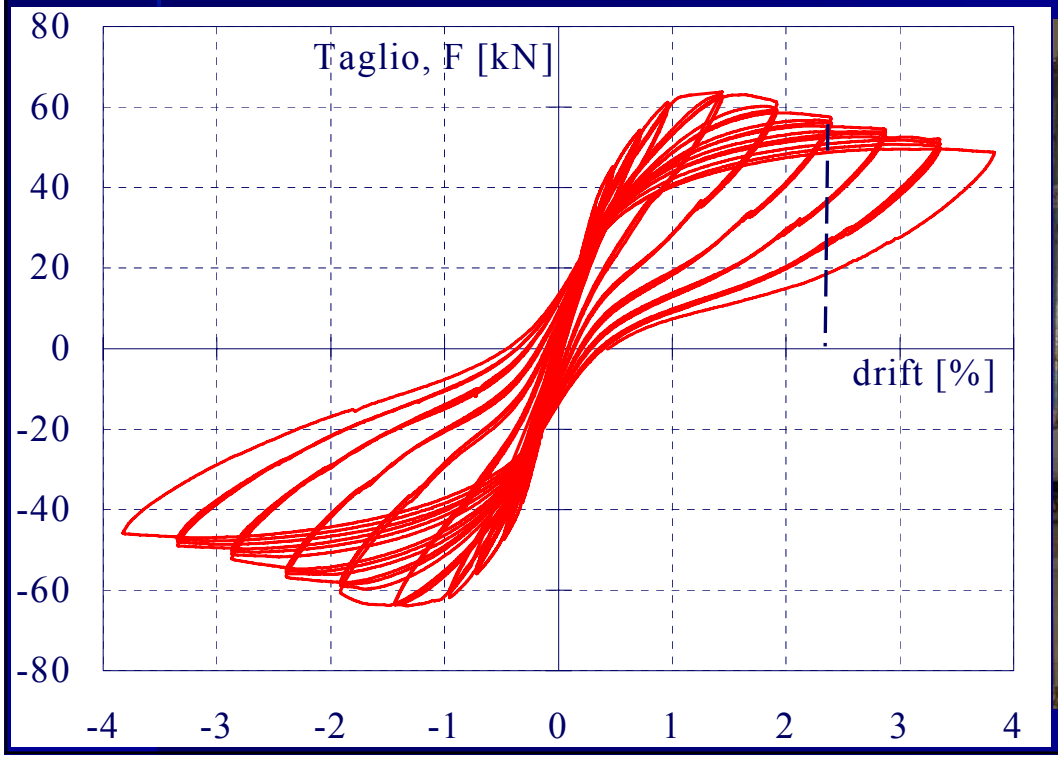
$$\theta_{um} = \frac{1}{\gamma_{el}} 0{,}016 (0{,}3^{\nu}) \left[\frac{\max(0{,}01;\omega')}{\max(0{,}01;\omega)} f_c\right]^{0.225} \left(\frac{L_V}{h}\right)^{0{,}35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c}\right)} (1{,}25^{100\rho_d})$$

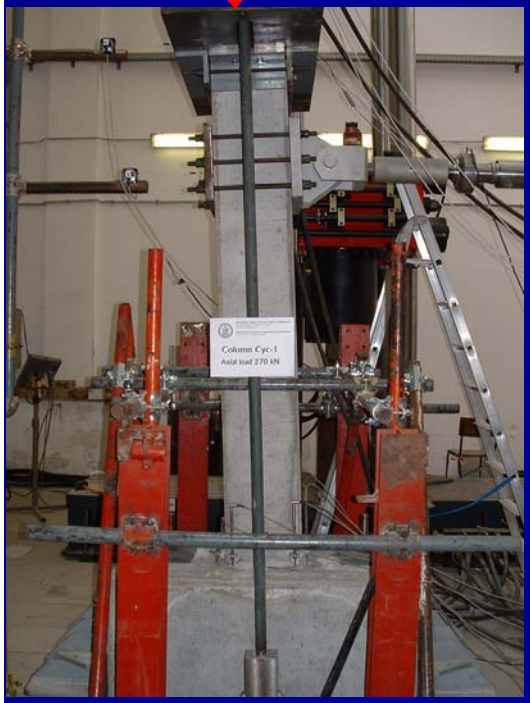
Modelli di capacità: elementi duttili

Colonna : prova ciclica

	ciclica ν=0.2	ciclica ν=0.1
$\theta_{0.90Fmax}$	2.40%	3.66%

N = 540 kN (ν≅ 0.2)



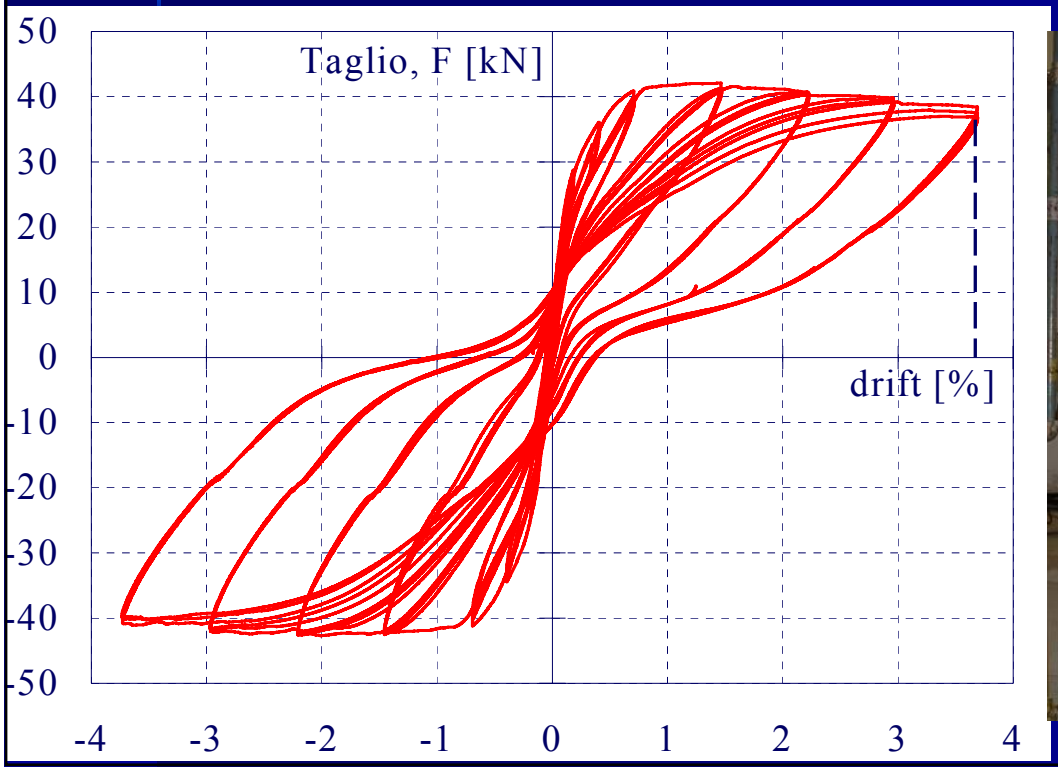


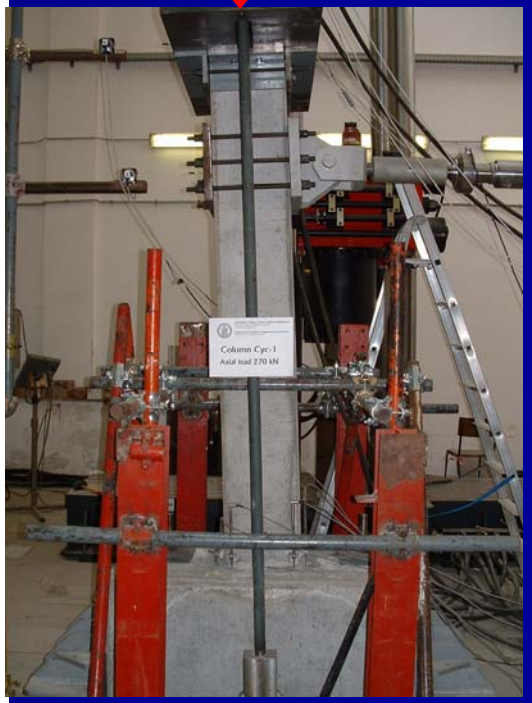
Modelli di capacità: elementi duttili

Colonna : prova ciclica

	monotona	ciclica
$\theta_{0.90Fmax}$	5.24 %	3.66%

N = 270 kN ($\nu \cong 0.1$)





Modelli di capacità: elementi duttili

I valori di massima capacità deformativa sono differenti in relazione a i 3 stati limite

SL-DL → $\theta_{u,DL} = \theta_y$

SL-DS → $\theta_{u,DS} = 0.75\theta_u$

SL-DC → $\theta_{u,CO} = \theta_u$

Modelli di capacità: elementi fragili

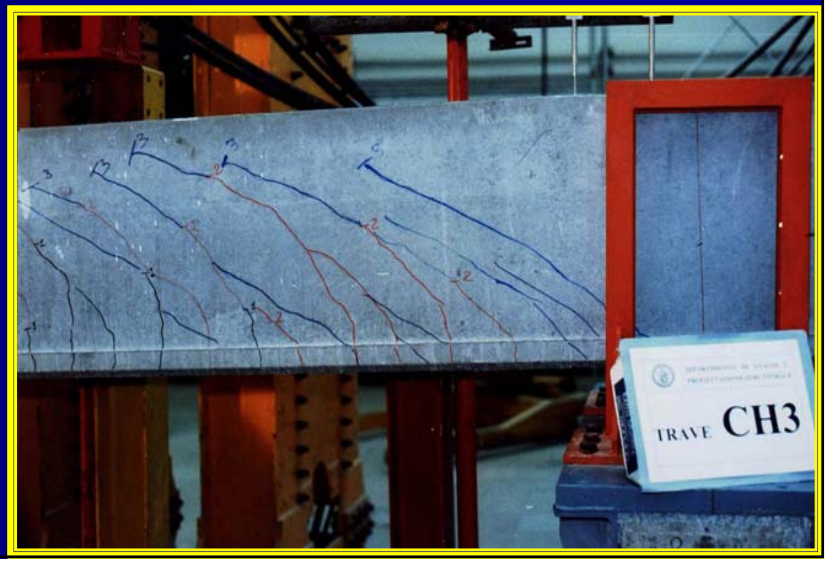
Travi e pilastri: taglio

La resistenza a taglio risulta

$$V_{u,shear} = \min \begin{cases} V_{rd2} = 0.30 f_{cd} b_w d \\ V_{rd3} = V_{rd1} + V_{wd} \end{cases}$$

$$V_{rd1} = 0.25 f_{ctd} r (1 + 50\rho_l) b_w d \delta$$

$$V_{wd} = A_{sw} f_{yd} \frac{0.90d}{s} (\sin\alpha + \cos\alpha)$$

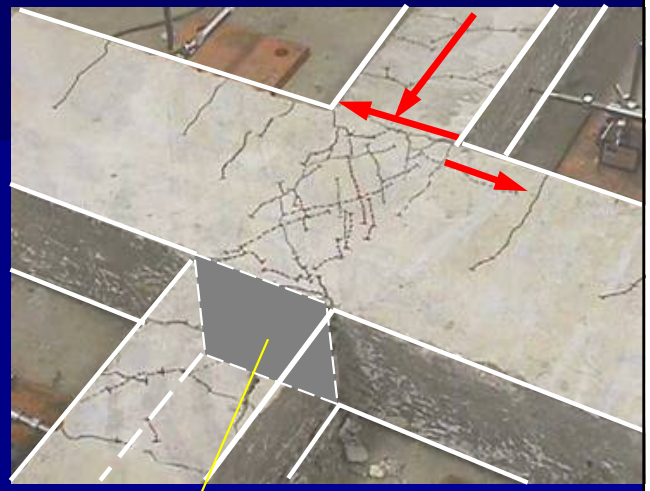


Modelli di capacità: elementi fragili

Nodi trave-pilastro

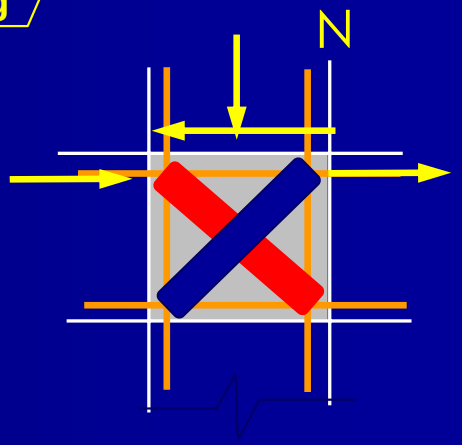
La verifica di resistenza va effettuata solo per i nodo non interamente confinati

La resistenza deve essere verificata sia lungo la diagonale tesa che lungo la diagonale compressa:



$$\sigma_{nc} = \frac{N}{2A_g} - \sqrt{\left(\frac{N}{2A_g}\right)^2 + \left(\frac{V_n}{A_g}\right)^2} \le 0.3\sqrt{f_c}$$

$$\sigma_{nc} = \frac{N}{2A_g} + \sqrt{\left(\frac{N}{2A_g}\right)^2 + \left(\frac{V_n}{A_g}\right)^2} \le 0.5 f_c$$



6. Metodi di analisi

6.1.Analisi Lineare

6.1.1 Analisi statica lineare

6.1.2 Analisi dinamica modale

6.2 Analisi Lineare con fattore di struttura q

6.2.1 Analisi statica lineare

6.2.2 Analisi dinamica modale

6.3 Analisi Statica Non Lineare

6.2 Analisi lineare con fattore q

In alternativa, l'analisi lineare (statica o dinamica) può effettuarsi mediante l'utilizzo di un **fattore di struttura q** , quale parametro di riduzione delle ordinate spettrali.

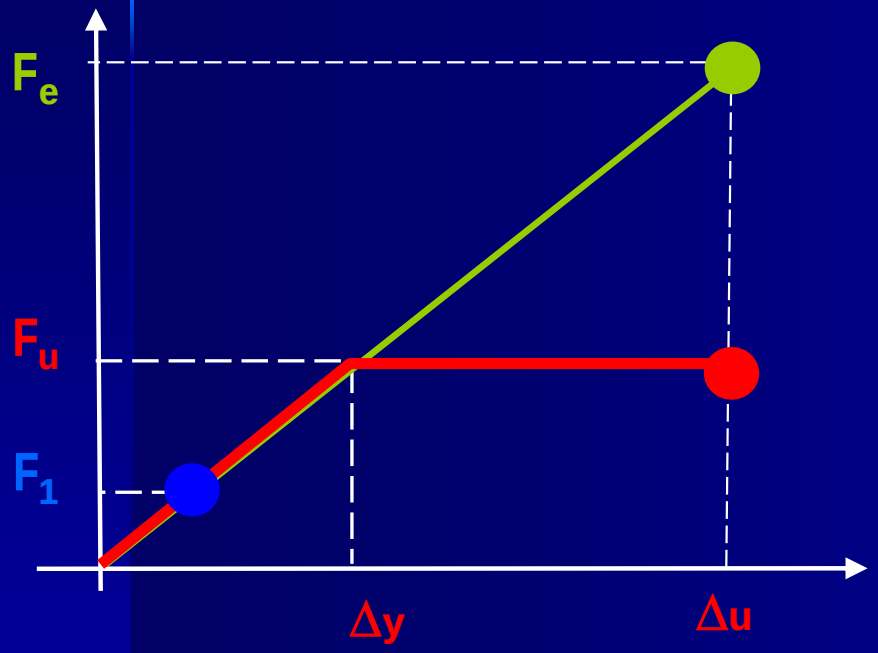
Tale metodo non può applicarsi allo stato limite di collasso (SL-CO).

Il fattore di struttura va scelto nell'intervallo (1.50-3.00) in relazione alla regolarità della struttura e ai tassi tensionali degli elementi strutturali.

Ai fini delle verifiche degli **elementi fragili** va, in ogni caso, adottato un **fattore di struttura q=1.50.**

6.2 Analisi lineare con fattore q

Il fattore di struttura



$$q = \frac{F_e}{F_u}\frac{F_u}{F_1} = R_\mu R_s$$

$$R_s = \frac{F_u}{F_1}$$

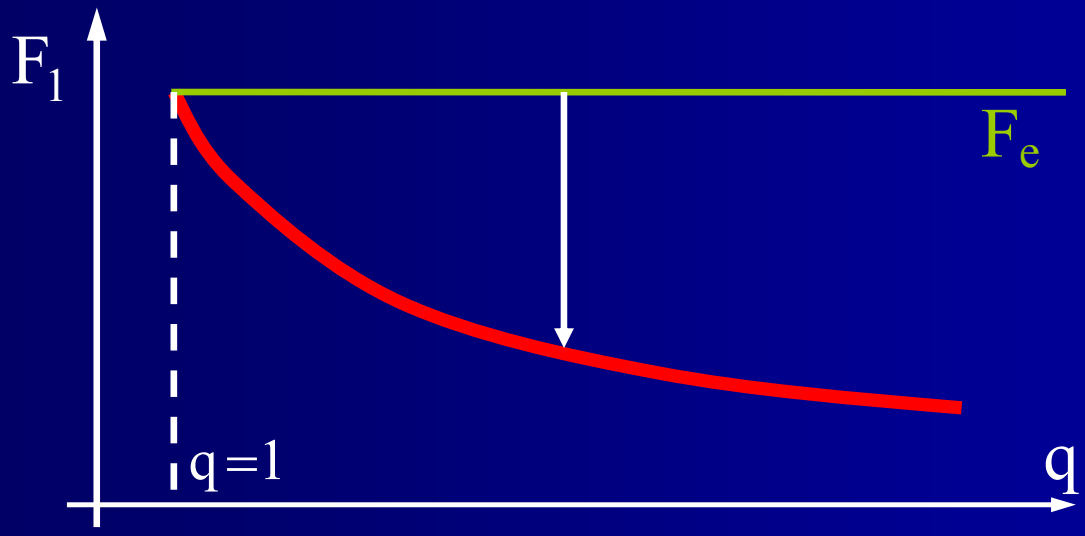
$$R_\mu = \frac{F_e}{F_u} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

6.2 Analisi lineare con fattore q

Il fattore di struttura

$$q = \frac{F_e}{F_u}\frac{F_u}{F_1} = R_\mu R_s$$

$$F_1 = \frac{F_e}{q}$$



6.2 Analisi lineare con fattore q

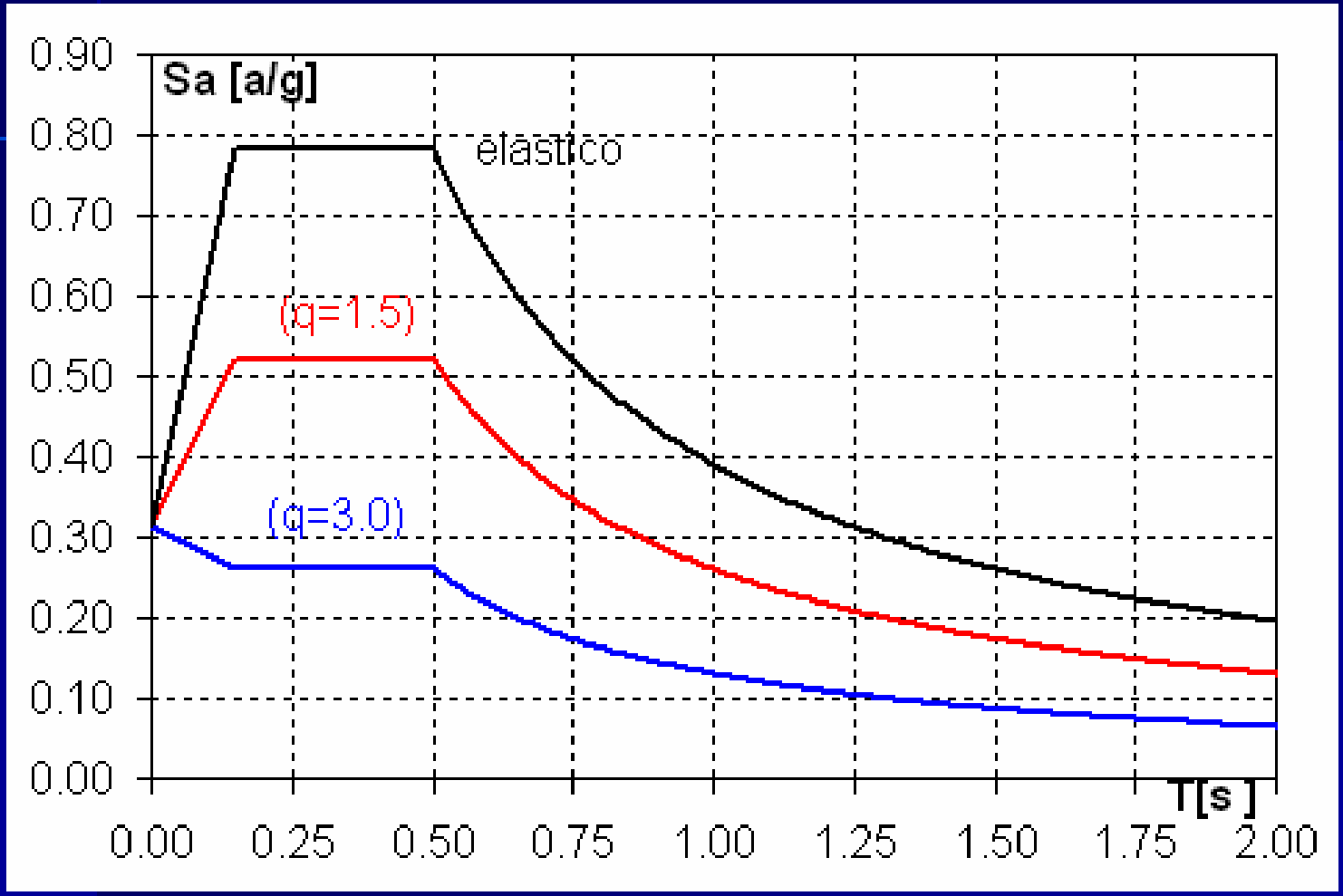
Azione sismica: Spettro di progetto

In particolare, lo spettro di progetto (in termini di accelerazioni) da adoperarsi è subordinato allo stato limite in esame, ossia:

-**SL di DL** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico ridotto di un fattore pari a 2.5;

- **SL di DS** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico **ridotto del fattore di struttura q**

6.2 Analisi lineare con fattore q



6.2 Analisi lineare q:Verifiche di sicurezza

Determinazione delle azioni di progetto

Nel caso di analisi lineare con spettro elastico ridotto si assumono quali azioni di progetto direttamente i risultati derivanti dall'analisi.

In questo caso, sia per:

gli elementi/meccanismi "duttili"
gli elementi/meccanismi " fragili"

le azioni di progetto sono da intendersi in termini di forze.

6.1 Analisi lineare: Verifiche di sicurezza

Valutazione delle capacità

La capacità di elementi/meccanismi "duttili"
è da intendersi in **termini di resistenze**.
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza.

La capacità di elementi/meccanismi "fragili"
è da intendersi in **termini di resistenze**.
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza e per il coefficiente di sicurezza parziale del materiale.

6. Metodi di analisi

6.1.Analisi Lineare

6.1.1 Analisi statica lineare

6.1.2 Analisi dinamica modale

6.2 Analisi Lineare con fattore di struttura q

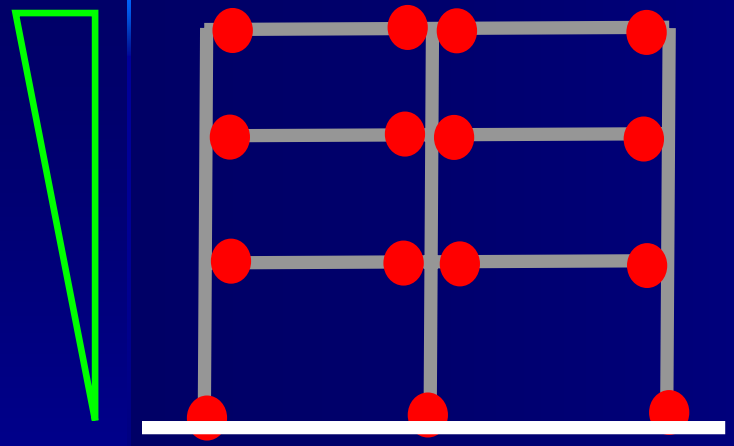
6.2.1 Analisi statica lineare

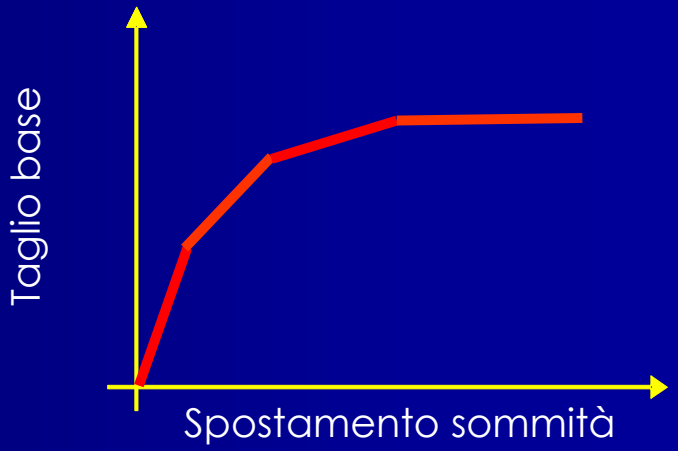
6.2.2 Analisi dinamica modale

6.3 Analisi Statica Non Lineare

6.3 Analisi Statica non Lineare

Consiste nell'applicare all'edificio i carichi gravitazionali e un sistema di forze orizzontali crescenti in maniera monotona fino al raggiungimento delle condizioni ultime.





6.3 Analisi Statica non Lineare

Esecuzione dell'analisi

Il metodo si articola nei seguenti passi:

1. **Determinazione di un legame forza-spostamento tra la risultante delle forze applicate, Taglio alla base F_b e lo spostamento d_c di un "punto di controllo" usualmente scelto come il baricentro dell'ultimo impalcato;**
2. **Determinazione delle caratteristiche di un sistema ad un grado di libertà equivalente a comportamento bi-lineare;**
3. **Determinazione della risposta massima in spostamento di tale sistema con utilizzo di spettro di risposta di progetto;**
4. **Conversione dello spostamento del sistema equivalente nella configurazione deformata effettiva dell'edificio**
5. **Verifica della compatibilità degli spostamenti per gli elementi/meccanismi duttili e delle resistenze per gli elementi/meccanismi fragili.**

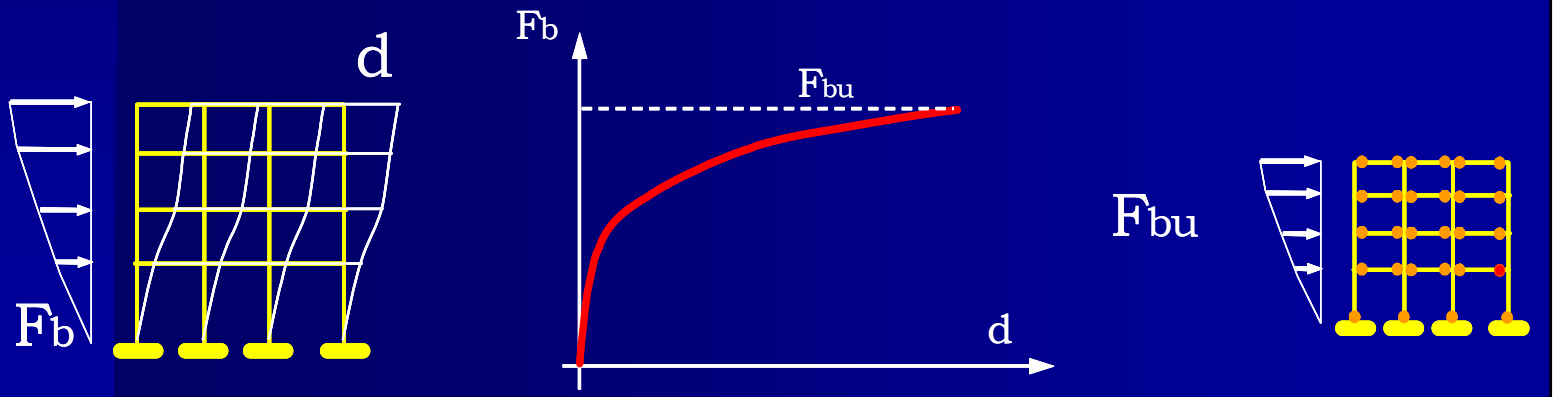
6.3 Analisi Statica non Lineare

Esecuzione dell'analisi

Step 1 determinazione legame forza-spostamento

Devono essere applicati all'edificio almeno due distinte distribuzioni di forze orizzontali, applicati ai baricentri delle masse a ciascun piano:

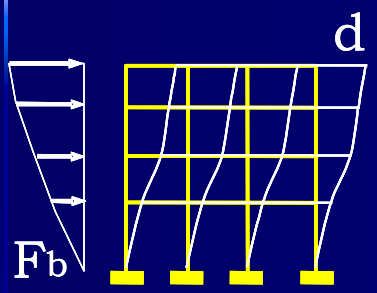
- ✓ **Una distribuzione di forze proporzionali alle masse**
- ✓ **Una distribuzione di forze proporzionali al prodotto delle masse per la deformata corrispondente al primo modo di vibrazione**



6.3 Analisi Statica non Lineare

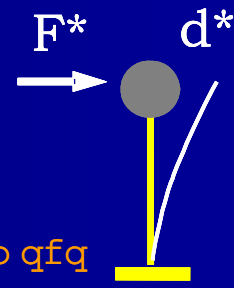
Esecuzione dell'analisi

Step 2 Sistema ad un grado di libertà equivalente a comportamento bi-lineare



$$\Gamma = \frac{\sum m_i \Phi_i}{\sum m_i \Phi_i^2}$$

eqgh0"fk"rctvgekrc|kqpg"fgn3° o qfq

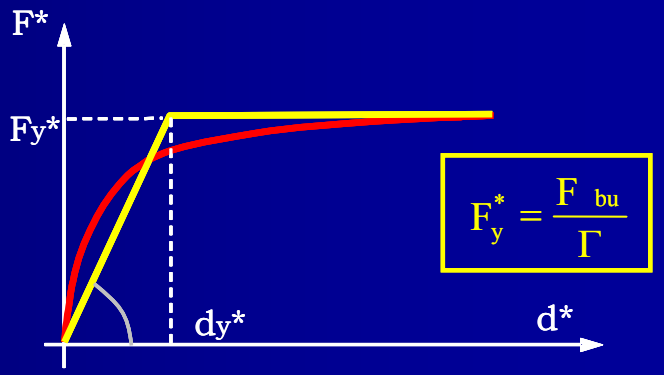


F_b; d_c

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \qquad d^* = \frac{d_c}{\Gamma}$$

$$m^* = \sum m_i \Phi_i \qquad k^* = \frac{F^*_y}{d^*_y}$$

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

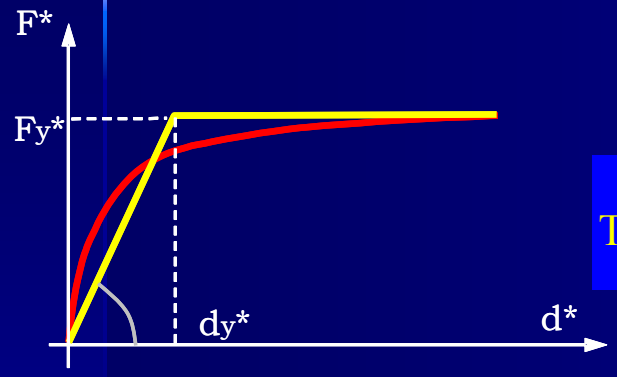


$$F^*_y = \frac{F_{bu}}{\Gamma}$$

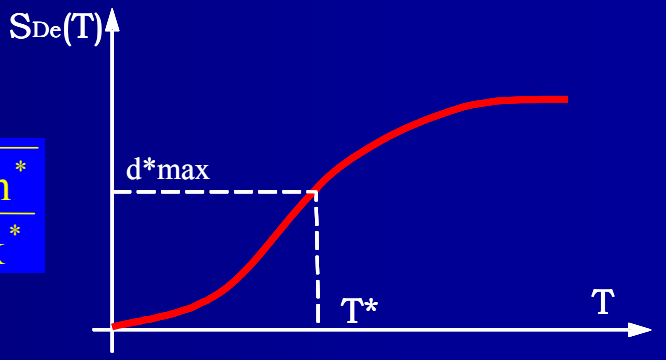
6.3 Analisi Statica non Lineare

Esecuzione dell'analisi

Step 3 determinazione risposta in spostamento



$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$



Se $T^* \geq T_c$

$$d^*_{max} = d^*_{e,max} = S_{De}(T^*)$$

Se $T^* < T_c$

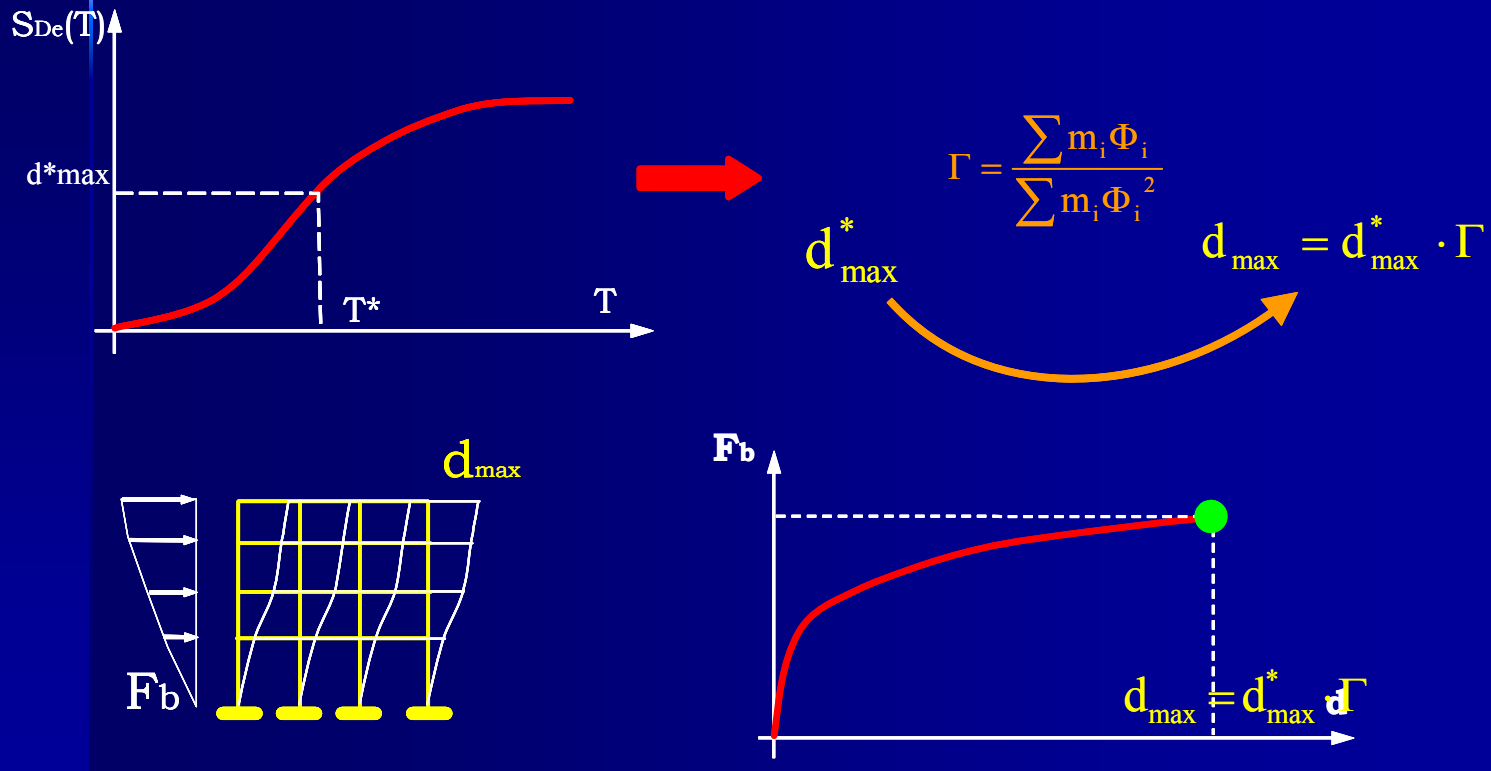
$$d^*_{max} = \frac{d^*_{e,max}}{q^*}\left[1 + (q^* - 1)\frac{T_c}{T^*}\right]$$

$$q^* = \frac{S_{De}(T^*)m^*}{F^*_y}$$

6.3 Analisi Statica non Lineare

Esecuzione dell'analisi

Step 4 Conversione della risposta in quella effettiva dell'edificio



6.3 Analisi Statica non Lineare

Azione sismica: Spettro di progetto

In particolare, lo spettro di progetto è espresso in termini di spsostamenti da adoperarsi è subordinato allo stato limite in esame, ossia:

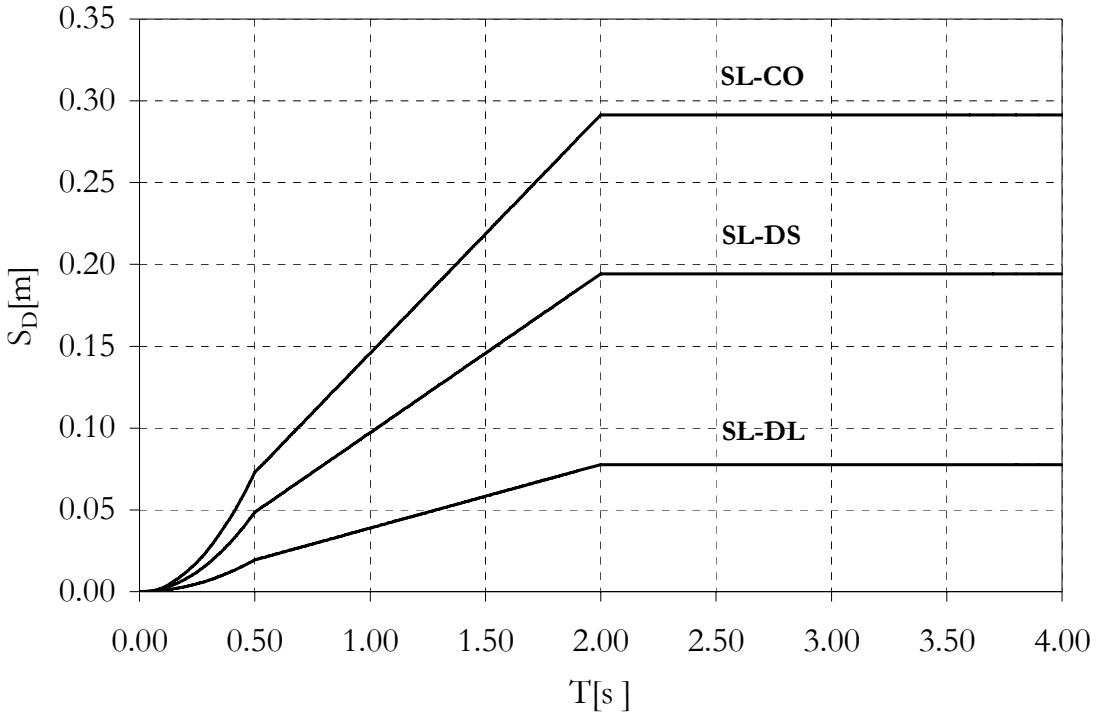
-**SL di DL** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico ridotto di un fattore pari a 2.5;

-**SL di DS** lo spettro di progetto da adottare è quello elastico;

-SL di CO lo spettro di progetto da adottare è quello elastico amplificato di un fattore pari a 1.5.

6.3 Analisi Statica non Lineare

Azione sismica: Spettro di progetto



$$S_{De} = S_{ae} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

Verifiche di sicurezza: Analisi non lineare

Determinazione delle azioni di progetto

Nel caso di analisi non lineare si assumono quali azioni di progetto direttamente i risultati derivanti dall'analisi.

Per gli elementi/ meccanismi "duttili" le azioni di progetto *D* sono da intendersi in termini di deformazioni.

Per gli elementi/meccanismi "fragili" le azioni di progetto *D* sono da intendersi in termini di forze.

Verifiche di sicurezza: Analisi non lineare

Valutazione delle capacità

La capacità di elementi/meccanismi "duttili"
è da intendersi in **termini di deformazioni (limiti di deformabilità ovvero capacità deformativa).**
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza.

La capacità di elementi/meccanismi "fragili"
è da intendersi in **termini di resistenze**.
Per la valutazione della capacità si impiegano i valori medi delle proprietà dei materiali esistenti divise per i fattori di confidenza e per il coefficiente di sicurezza parziale del materiale.

Sintesi dei metodi di analisi

ANALISI LINEARE CON SPETTRO ELASTICO

Tipologia di elemento o meccanismo di crisi	DOMANDA	CAPACITÀ
Accettazione del Modello Lineare (ML) condizioni di applicabilità (1) e (2)		
Duttile / Fragile	Dall'analisi.	In termini di resistenza. (Usare i valori medi)
Verifiche di sicurezza (se il ML è accettato)		
Duttile	Dall'analisi.	In termini di deformazione. (Usare i valori medi divisi per il FC)
Fragile	Se $\rho_i \leq 1$, dall'analisi.	In termini di resistenza. (Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale)
	Se $\rho_i > 1$, dall'equilibrio con la resistenza degli e/m duttili. (Usare i valori medi moltiplicati per FC)	

Sintesi dei metodi di analisi

		ANALISI LINEARE CON SPETTRO ELASTICO RIDOTTO		ANALISI NON LINEARE	
		DOMANDA	**CAPACITÀ**	**DOMANDA**	**CAPACITÀ**
Tipologia di elemento o meccanismo di crisi	**Duttile**	Dall'analisi. (effettuata con fattore di struttura q=1.5-3.0)	In termini di resistenza. (Usare i valori medi divisi per il FC)	Dall'analisi.	In termini di deformazione. (Usare i valori medi divisi per il FC)
	Fragile	Dall'analisi. (effettuata con fattore di struttura q=1.5)	In termini di resistenza. (Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale)	Dall'analisi.	In termini di resistenza. (Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale)